

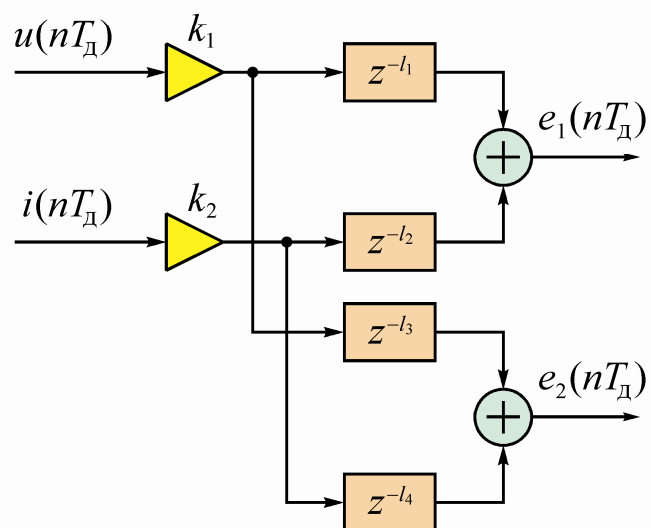
А.А. Никитин

НЕГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
"НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР "ЭКРА"

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ РЕЛЕ. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ

А.А. Никитин

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ РЕЛЕ. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ



Чебоксары 2016

Чебоксары 2016

Рецензенты:

Кафедра электрических и электронных аппаратов Чувашского государственного университета (зав. кафедрой к.т.н. *Е.Г. Егоров*);
канд. техн. наук *В.Н. Козлов* (научно-производственное предприятие "Бреслер")

Никитин А.А.

Н62 Микропроцессорные реле. Основы теории построения измерительной части: учеб. пособие / А.А. Никитин. Чебоксары: Изд-во НОУ "НОЦ "ЭКРА", 2016

Содержатся сведения о принципах выполнения микропроцессорных реле, теоретических основах цифровой обработки сигналов, классификации, методах анализа и синтеза цифровых фильтров, основных положениях по алгоритмам цифровых измерительных органов. Приводятся примеры расчёта импульсных, передаточных функций, частотных характеристик цифровых фильтров, синтеза алгоритмов и структур цифровых измерительных органов микропроцессорных устройств релейной защиты. Изложение теоретического материала сопровождается поясняющими схемами, графиками и таблицами.

Для специалистов электроэнергетических предприятий и организаций, повышающих свою квалификацию в научно-образовательном центре НПП "ЭКРА".

Утверждено научно-техническим советом ООО НПП "ЭКРА" в качестве учебного пособия

Отв. редактор канд. техн. наук, доцент А.А. Костерин

УДК 621.316.925

© Никитин А.А., 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Релейная защита и противоаварийная автоматика (РЗА) осуществляют автоматическую ликвидацию повреждений и ненормальных режимов в электрической части энергосистем и являются важнейшей системой, обеспечивающей их надежную и устойчивую работу [1]. Рост нагрузок, увеличение протяжённости линий электропередачи, ужесточение требований к устойчивости работы энергосистем усложняют условия работы релейной защиты. В то же время повышаются требования к эффективности её функционирования, поэтому идёт непрерывный процесс развития техники релейной защиты, направленный на создание более совершенных устройств, отвечающих требованиям современной электроэнергетики.

В последние 10 лет произошёл качественный скачок в поставках оборудования РЗА на новые и модернизируемые объекты электроэнергетики. При этом новая аппаратура РЗА должна быть ориентирована на применение программных средств, основанных на использовании микропроцессорных систем, интегрированных в АСУ ТП.

В новых экономических условиях приоритетным направлением является создание и внедрение отечественной микропроцессорной аппаратуры РЗА с оригинальным программным обеспечением, обеспечивающим независимость от программных продуктов зарубежных фирм.

Цифровые приёмы обработки информации в аппаратуре РЗА практически не привели к появлению оригинальных принципов построения систем защиты электроустановок. Вместе с тем использование процедур цифровой обработки сигналов существенно повлияло на структуру новых устройств релейной защиты, методы синтеза измерительной части микропроцессорных реле и анализа их свойств. В связи с этим от проектировщиков защитных комплексов и эксплуатационного персонала требуется определённый уровень базовых знаний и для умелого использования особенностей цифровой обработки сигналов для расширения функциональных возможностей и улучшения эксплуатационных характеристик, и для успешного обслуживания нового поколения аппаратуры РЗА.

В первом разделе учебного пособия анализируются отличительные особенности структурного построения микропроцессорных устройств релейной защиты и их аппаратной реализации.

Во втором разделе рассмотрены методы анализа и синтеза цифровых фильтров, применяемых в канале предварительной цифровой обработки сигналов, вводимых в цифровые измерительные органы (ЦИО).

В третьем разделе даются классификация ЦИО, принципы построения, алгоритмы, структуры и методы анализа их частотных свойств на основе методики, предложенной доктором технических наук, профессором Э.М. Шнеерсоном.

ВВЕДЕНИЕ

Принципы построения устройств релейной защиты, в том числе и микропроцессорных, весьма разнообразны. Однако в подавляющем большинстве эти устройства являются автономными и выполняются с использованием электрических воздействующих величин – токов и напряжений промышленной частоты защищаемых элементов системы. Иногда, в качестве дополнительной информации, могут использоваться некоторые физические явления неэлектрического характера, сопровождающие короткие замыкания (КЗ) и ненормальные режимы защищаемого элемента электрической системы. В частности, может использоваться световая вспышка (при дуговых КЗ), изменение скорости выделения газов (газовые реле), повышение температуры элементов защищаемого объекта, вибрация электрической машины и т.д.

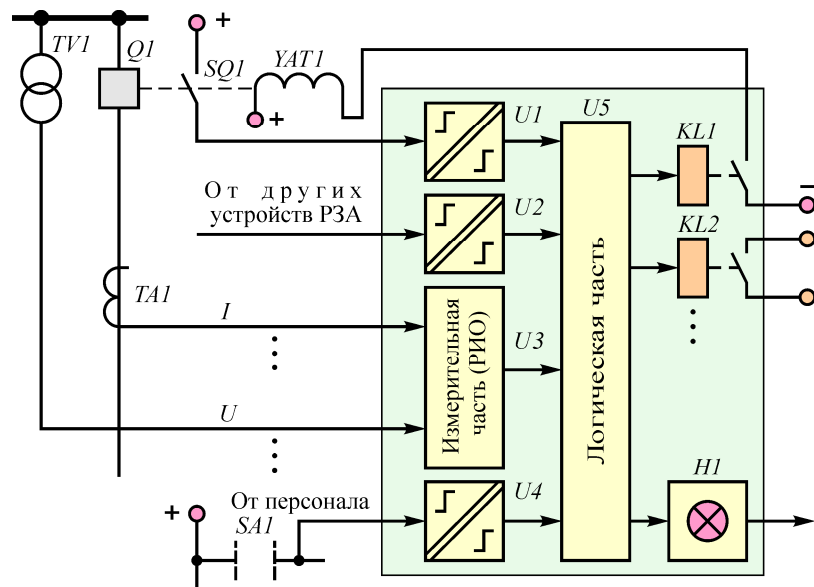
В общем случае устройства релейной защиты имеют две основные части – измерительную и логическую (рис. В.1).

Измерительная часть ($U3$), включающая релейный измерительный орган (РИО), непрерывно контролирует состояние защищаемого объекта и определяет условия срабатывания в соответствии со значениями входных величин. Таковыми являются вторичные токи измерительных трансформаторов тока ($TA1, \dots$) и вторичные напряжения измерительных трансформаторов напряжения ($TV1, \dots$). Логическая часть ($U5$) формирует управляющие воздействия в зависимости от комбинации и последовательности поступления на неё сигналов от РИО. Логическая часть действует на выключатель не непосредственно, а через исполнительные органы (электромеханические реле $KL1, \dots$).

Для защит с абсолютной селективностью измерительная и логическая части могут получать также информацию с другой стороны защищаемого элемента (другой электроустановки) по специальным каналам связи.

Сигнальные органы ($H1$) информируют о срабатывании комплекта защиты в целом, иногда и отдельных её частей. Для питания измерительных, исполнительных и сигнальных органов, логической части предусматривается источник питания.

На вход устройства релейной защиты непрерывно подаются аналоговые величины, пропорциональные значениям напряжений



TV1 – измерительный трансформатор напряжения; TA1 – измерительный трансформатор тока; Q1 – выключатель; SQ1 – контакт выключателя; YAT1 – катушка отключения выключателя; SA1 – ключ управления

Рис. В.1. Обобщённая структура устройства релейной защиты

и токов защищаемого объекта. Определённый выходной сигнал (например, сигнал "Отключить") должен быть автоматически получен лишь в том случае, если входные величины удовлетворяют некоторым условиям. Наличие этих условий фиксируется РИО, который подает сигнал одного вида, если определённое условие удовлетворяется, и иной сигнал, если оно не удовлетворяется.

Таким образом, измерительный орган преобразовывает аналоговый сигнал на входе, например напряжение, в дискретный сигнал на выходе.

К измерительным органам относятся:

- реле тока (напряжения), действие которого зависит от мгновенного или интегрального значения входной воздействующей величины;
- реле направления мощности, зона действия которого определяется фазовым углом между векторами напряжения и тока;

- реле сопротивления, действие которого определяется от векторного отношения напряжения и тока;

- реле частоты, действие которого зависит от частоты и др.

Условно можно считать, что РИО состоит из двух частей. В большинстве устройств релейной защиты первая часть – измерительная схема – преобразует поступающий на вход аналоговый сигнал в сигнал также аналоговый, используемый в качестве входного во второй части РИО – схеме сравнения.

Входные сигналы РИО несут определенную информацию о режиме работы защищаемого объекта. Для выявления аварийного режима из подведенных напряжений и токов с помощью измерительной части могут формироваться специальные непрерывные величины, характерные только для аварии. Так, из трёх фазных напряжений и токов выделяются симметричные составляющие обратной и нулевой последовательностей, на основе анализа которых можно определить вид КЗ и его "место".

В схеме сравнения обрабатываются подготовленные измерительной схемой непрерывные величины. В зависимости от соотношения этих величин на выходе схемы сравнения появляется или не появляется определенный стандартный сигнал. Именно схема сравнения преобразует непрерывные сигналы на входе в дискретный сигнал на выходе.

Выходные дискретные сигналы РИО обрабатываются в логической части. Здесь же обрабатываются дискретные сигналы, поступающие от реле выключателя и других устройств РЗА через входные преобразователи ($U1$, $U2$). Сигнал управления от персонала в виде дискретного поступает в логическую часть также через входной преобразователь ($U4$). Выходной сигнал логической части является, по сути, выходным дискретным сигналом всего устройства, т.е. логическая часть преобразует дискретные входные сигналы в дискретные выходные.

Микропроцессорные реле имеют много особенностей по сравнению с электронными в части, касающейся обработки аналоговых сигналов, цифровой фильтрации преобразованных аналоговых сигналов, построения измерительных органов, каналов передачи данных и т.д. В данном учебном пособии рассмотрены некоторые вопросы, возникающие и решаемые при разработке и эксплуатации современных микропроцессорных реле.

Наличие канала *аналого-цифрового преобразования* является отличительным признаком большинства цифровых устройств релейной защиты. Канал аналого-цифрового преобразования включает мультиплексор (U5) и собственно аналого-цифровой преобразователь – АЦП (U6). Мультиплексор – это электронный коммутатор, поочередно подающий контролируемые сигналы на вход АЦП. Применение мультиплексора позволяет использовать один АЦП для обработки нескольких входных сигналов. В АЦП осуществляется преобразование мгновенного значения входного сигнала в пропорциональную ему цифровую последовательность (*выборку*). Преобразования выполняются с заданной периодичностью. В дальнейшем по выборкам (их называют также *отсчётами*) рассчитываются в частности интегральные параметры контролируемых сигналов: амплитудные, действующие или средние значения.

Центральным функциональным элементом (U7) цифрового устройства релейной защиты является *микропроцессор* (МП). Микропроцессор отдельно, сам по себе, не работает, а применяется совместно с ИМС, выполняющими вспомогательные функции, необходимые для реализации технологических и иных программ. В частности, именно МП определяет условия срабатывания устройства в соответствии со значениями воздействующих величин, но не в результате сравнения одной аналоговой величины с другой, а в результате обработки двоичных чисел. Микропроцессор работает совместно с АЦП, запоминающими устройствами (ЗУ): *постоянным* – ПЗУ (U8), *перепрограммируемым* – ППЗУ (U9), *оперативным* – ОЗУ (U10), а также рядом других элементов. Микропроцессор через свои *порты ввода – вывода* (X1) обменивается информацией с *периферийными* элементами. С помощью периферийных элементов осуществляется сопряжение МП с внешней средой: датчиками исходной информации, объектом управления, оператором и т.д. Указанное позволяет создавать различные интегрированные микропроцессорные системы, экономя при этом на каналах связи, затратах на предварительную обработку сигналов и т.п. Коммуникационный порт позволяет также осуществлять дистанционное управление работой данного устройства.

Следует отметить, что в реальном устройстве защиты может использоваться несколько МП, каждый из которых занят решением отдельной части общей задачи с целью повышения быстродействия.

Непременными атрибутами любого цифрового устройства релейной защиты являются *дисплей* и *клавиатура*. Эти элементы позволяют оператору получать информацию от устройства, изменять режим его работы, вводить новую информацию. Необходимо отметить, что дисплей (H1) и клавиатура (SB1, SB2, ...) в цифровых реле, как правило, реализуются в максимально упрощённом виде: дисплей – одно-, двух- или трёхстрочный; клавиатура – несколько кнопок.

Блок питания (U11) обеспечивает стабилизированным напряжением все узлы рассматриваемого устройства, независимо от возможных изменений напряжения в питающей сети. Блоки питания современных реле, как правило, могут работать как с сетью переменного, так и с сетью постоянного тока. Обычно в блоке питания формируется и ряд дополнительных сигналов, исключающих неправильную работу МП-системы и некоторых других электронных узлов устройства в момент появления или исчезновения напряжения питания.

Наряду с указанными элементами в цифровых устройствах, в общем случае, могут встретиться и другие функциональные элементы. Например, *цифро-аналоговые преобразователи* (ЦАП), которые используются для формирования аналоговых сигналов управления и регулирования, а также для создания синусоидальных токов и напряжений в современных микропроцессорных испытательных системах.

Таким образом, структура микропроцессорного устройства релейной защиты довольно сильно отличается от приведённой на *рис. В.1*, которая, по сути, соответствует структуре электронных устройств. Основные отличия, прежде всего, связаны с тем, что в состав цифрового устройства релейной защиты входит микропроцессор.

Характеристики и параметры однотипных функциональных элементов в устройствах релейной защиты разных производителей зачастую оказываются весьма близкими, что обусловлено

необходимостью реализации подобных исходных требований при наличии нормализованных входных воздействующих величин. Указанное является одной из причин существования на российском рынке разнотипных микропроцессорных реле как отечественных производителей, так и зарубежных, которые могут применяться для решения одних и тех же задач.

Рассмотрим более подробно различные варианты функциональных элементов цифровых устройств релейной защиты.

1.2. ВХОДНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

Особенностью устройств релейной защиты, выполненных на микропроцессорной элементной базе, является необходимость приведения входной информации к одному виду – напряжению, максимальное значение которого ограничивается входными эксплуатационными параметрами используемых микросхем. В связи с этим возникает проблема согласования измерительной части устройств с наиболее распространенными датчиками информации – электромагнитными измерительными трансформаторами тока (ТТ) и напряжения (ТН) с нормированными номинальными уровнями: 1 А, 5 А, 100 В, $100/\sqrt{3}$ В. Такие уровни сигналов обеспечивают необходимую помехоустойчивость, но совершенно неприемлемы для обработки в электронных схемах. Использование же датчиков с выходными сигналами, согласованными с требованиями электроники, наталкивается на необходимость резкого ограничения длины линий связи и, следовательно, размещения устройства вблизи датчиков информации или применения дополнительных мер по их защите от помех. Следует отметить, что на нынешнем этапе перехода от электромеханических систем защиты к электронным использование нетрадиционных измерительных датчиков затруднено и по причине отсутствия полной номенклатуры приборов и устройств с малым потреблением.

Преобразование информации в один вид и масштабирование наиболее часто осуществляются посредством промежуточных ТТ и ТН (рис. 1.2). Несмотря на то, что такие трансформаторы имеют нелинейные передаточные характеристики, определённый разброс параметров, некоторую температурную нестабиль-

ность, они всё же приемлемы для построения устройств релейной защиты, допускающих работу с погрешностью 2...5 %.

К входным преобразователям предъявляются следующие требования: минимальные значения амплитудной и фазовой погрешности (особенно в области низких частот); осуществление требуемого уровня гальванической развязки первичных и вторичных цепей; габаритные минимальные размеры; обеспечение необходимой помехозащищённости и пр.

Преобразователи на основе трансформаторов обеспечивают гальваническую развязку цепей. Но требование минимальных значений амплитудной и фазовой погрешности в области низких частот обуславливает необходимость увеличения индуктивности обмоток, следовательно, числа витков обмоток, массы и габаритных размеров трансформаторов, что, в свою очередь, приводит к ухудшению частотных характеристик в области высоких частот вследствие собственных параметров.

Наибольшие проблемы возникают при реализации входных преобразователей тока, обычно представляющих собой промежуточный ТТ, вторичная обмотка которого включена на сопротивление (рис. 1.2, а). Характеристики намагничивания магнитопроводов трансформаторов, изготовленных из электротехнической стали, имеют нелинейный характер при малых и больших значениях индукции, поэтому такие преобразователи работают в относительно небольшом динамическом диапазоне входного тока. Исследования реальных характеристик преобразователей показывают, что точность коэффициента передачи $\pm 2\%$ и фазовая погрешность $\pm 5^\circ$ могут быть обеспечены в диапазоне токов от 0,1 до $30I_{\text{ном}}$ (300-кратное изменение тока).

Улучшение характеристик точности преобразователей может быть достигнуто применением магнитопроводов на основе аморфных (*нанокристаллических*) сплавов. Аморфные сплавы качественно отличаются от традиционных электротехнических сталей отсутствием кристаллической решетки. Современные аморфные сплавы характеризуются высокими значениями относительной магнитной проницаемости (до 1500000), высокой индукцией насыщения (до 1,5 Тл), низкими потерями на гистерезис и вихревые токи. Преобразователи, выполненные на основе маг-

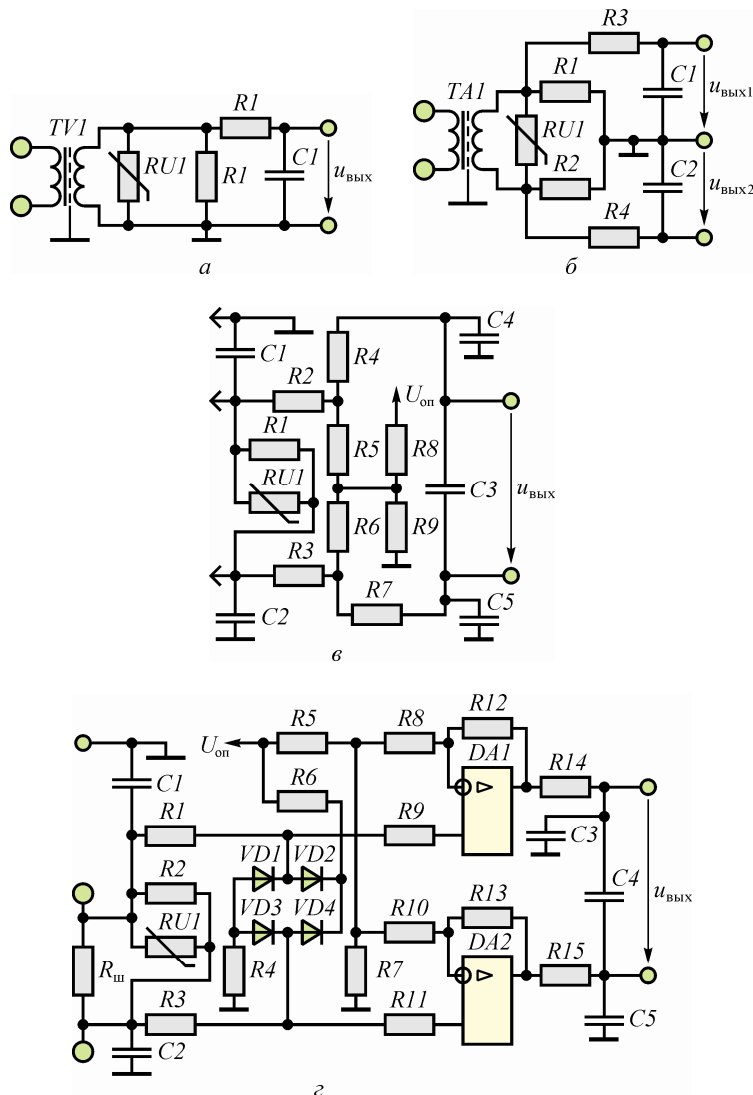


Рис. 1.2. Входные преобразователи аналоговых сигналов:
 а – с промежуточным ТН; б – с промежуточным ТТ;
 в – бестрансформаторный с балластным резистором;
 в цепи напряжения; г – бестрансформаторный с шунтом
 в цепи тока

нитепроводов из этого материала, имеют очень хорошие метрологические характеристики, но их стоимость выше. Впрочем последнее обстоятельство в последнее время в учёт не берётся.

В трансформаторных преобразователях большое внимание уделяется снижению межобмоточной ёмкости, по которой возможно попадание импульсных помех внутрь устройства. С этой целью секционируют вторичную обмотку или помещают между первичной и вторичной обмотками экранную. Для защиты электронных элементов от возможных перенапряжений широко применяют варисторы $RU1$ (или стабилитроны), а для ограничения спектра входных сигналов – аналоговые фильтры, зачастую на основе простых RC -цепей (рис. 1.2, а, б). Ограничение полосы пропускания тракта в области высоких частот необходима и для повышения устойчивости работы канала аналого-цифрового преобразования независимо от того, будет ли в последующем применяться цифровая фильтрация сигналов или нет.

Отдельным вопросом применения трансформаторных преобразователей тока является точность передачи ими апериодических слагающих входных сигналов, поскольку большинство современных микропроцессорных устройств РЗА являются одновременно и регистраторами (осциллографами). Не требует особых объяснений тот факт, что для повышения точности осциллографирования требуется максимально возможная индуктивность цепи намагничивания промежуточных ТТ. После использования всех остальных средств этого можно добиться только увеличением габаритных размеров трансформаторов.

Радикально решить проблему неточности передачи апериодической слагающей входных аналоговых величин можно, применив бестрансформаторные датчики тока и напряжения, примеры схем которых представлены на рис. 1.2, в, г. Такие датчики могут использоваться как для преобразования переменного напряжения и тока в двоичный код, так и для преобразования постоянного тока и напряжения.

Входные цепи показанного на рис. 1.2, в датчика напряжения содержат конденсаторы $C1$ и $C2$, служащие для снижения уровня синфазных и дифференциальных помех. Делитель напряжения $R8, R9$ формирует напряжение смещения, равное $U_{оп}/2$

(здесь $U_{\text{оп}}$ – опорное напряжение, формируемое отдельным стабилизатором из напряжения питания), которое через резисторы $R5$, $R6$ подается на дифференциальный входа АЦП (например, ИМС типа $AD7687$). Конденсаторы $C3...C5$ и резисторы $R4$, $R7$ выходной цепи датчика образуют фильтр нижних частот (ФНЧ).

Датчик тока (рис. 1.2, з) отличается наличием высокоточного низкоомного шунта $R_{\text{ш}}$, сопротивление которого определяет допустимый диапазон значений входного напряжения АЦП. Диоды $VD1...VD4$ служат для ограничения входного сигнала: при увеличении входного сигнала положительной полярности до значения $U_{\text{оп}} + 0,3$ В открываются диоды, катоды которых через резистор $R6$ подключены к шине питания, тем самым ограничивая входной сигнал на указанном уровне; при появлении на входе сигнала отрицательной полярности открываются диоды, аноды которых подключены через резистор $R4$ к нулю, ограничивая входной сигнал на уровне $-0,3$ В. С целью уменьшения потребляемой входной цепью мощности в схему введены два неинвертирующих усилителя, построенные на основе операционных усилителей (ОУ) $DA1$ и $DA2$. Оба ОУ размещены в одном корпусе и имеют структуру *Auto-zero* с автоматической компенсацией смещения нуля. Характерной особенностью такой структуры ОУ является весьма незначительное напряжение смещения нуля ($U_{\text{см}0} \leq \pm 1$ мкВ) и низкий температурный дрейф этого напряжения ($TKU_{\text{см}0} \leq 0,005$ мкВ/°С). Каждый ОУ содержит два усилителя: основной и дополнительный, последний предназначен для коррекции ошибки основного усилителя. Требуемый коэффициент передачи неинвертирующих усилителей устанавливается подбором сопротивлений (номиналов) резисторов цепи отрицательной обратной связи ОУ. Так, для "верхнего" ОУ выходное напряжение определяется соотношением

$$u_{\text{вых } DA1} = \frac{U_{\text{оп}}}{2} + \frac{u_{\text{ш}}}{2} \left(1 + \frac{R_{12}}{R_8} \right),$$

где $u_{\text{ш}}$ – падение напряжения на сопротивлении $R_{\text{ш}}$; R_{12} , R_8 – сопротивление резисторов $R12$ и $R8$.

Аналогичным образом определяется и выходное напряжение "нижнего" ОУ.

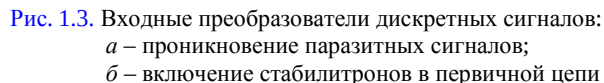
1.3. ВХОДНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Цепи приёма внешних дискретных сигналов необходимы для получения логической информации о состоянии внешних элементов и аппаратуры, с которыми устройство релейной защиты работает совместно в общей системе управления, регулирования и защиты. Такая информация передается на устройства релейной защиты посредством внешних контактных цепей: блок-контактов высоковольтных выключателей, разъединителей, ключей управления, автоматики, устройств релейной защиты смежных присоединений и т.д. Количество принимаемых дискретных сигналов обычно находится в пределах от 16 до 48, иногда бывает и больше.

Одним из требований, предъявляемых к цепям приёма внешних дискретных сигналов, является обеспечение гальванической развязки входной цепи от вторичной с испытательным напряжением не менее 2000 В переменного тока промышленной частоты. Передача дискретных сигналов осуществляется при напряжении 48...220 В постоянного тока и статическом потреблении тока 4...10 мА, что обусловлено необходимостью управления этими цепями посредством обычных негерметизированных контактов. Некоторые микропроцессорные устройства, например фирмы АВВ, имеют активную схему приёма дискретных сигналов, обеспечивающую кратковременное увеличение входного тока в момент коммутации до 20...40 мА, что, по мнению технических специалистов фирмы, повышает надёжность передачи дискретных сигналов [2].

В современной электронной и микропроцессорной аппаратуре ввод дискретных сигналов осуществляется посредством преобразователей на основе оптронов. Примеры таких преобразователей показаны на рис. 1.3.

Собственное время переключения оптронов весьма незначительно – доли микросекунды. Для оптоэлектронной пары светодиод–фотоприёмник характерна малая проходная ёмкость, что препятствует проникновению помех по этому пути. Допустимое напряжение между цепью управления и элементами управляемой цепи достигает нескольких киловольт, а рабочий ток светодиода составляет единицы миллиампер.



18



Связь цифровых защит с первичным оборудованием – цепи действия на электромагниты включения и отключения высоковольтных выключателей, на элементы внешней сигнализации, на защиты смежных присоединений и т.д. – обычно осуществляется с помощью обычных малогабаритных электромагнитных реле с временем срабатывания 0,005...0,02 с. Требования, предъявляемые к выходным реле, достаточно жёсткие: необходимость работы разомкнутых контактов на напряжении постоянного тока не менее 250 В, при длительно допустимом токе через замкнутые контакты 2...5 А. Контакты реле должны коммутировать цепь постоянного тока с индуктивной нагрузкой мощностью 30...50 Вт. Изоляция между рабочими контактами и обмоткой должна выдерживать испытательное напряжение не менее 2000 В переменного тока промышленной частоты. При этом потребляемая мощность постоянного тока по цепи обмотки должна составлять 0,4...1 Вт (в течение длительного времени этот фактор ограничивал функциональные возможности электронных реле). В настоящее время реле с такими параметрами выпускаются многими известными фирмами: SIEMENS, SCHRACK, RELPOL [3] и др. Современные электромеханические реле имеют незначительные габариты, а это – весомый аргумент в их использовании в микропроцессорных устройствах релейной защиты.

19

собой полупроводниковый ключ, выполненный на элементах силовой электроники, имеющий оптическую гальваническую развязку цепей управления от силовой цепи, и элементы защиты выходной цепи [4].

Такие устройства имеют параметры, близкие к электромеханическим реле, могут работать на постоянном и переменном токе. Время включения и отключения у твердотельных реле меньше, чем у электромеханических аналогов, и составляет 0,1...5 мс. Стоимость твердотельных реле, однако, значительно выше, чем стоимость электромеханических реле с аналогичными параметрами, что при большом количестве реле в микропроцессорных защитах – 8...32 – играет определяющую роль выбора в пользу последних. Важен и тот факт, что контактная пара имеет "видимый" разрыв в коммутируемой цепи.

В цифровых устройствах РЗА применяются несколько типов малогабаритных реле: с большей коммутационной способностью контактов – для работы непосредственно в цепях управления выключателей и с меньшей – для работы в цепях сигнализации.

1.5. КАНАЛ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1.5.1. Мультиплексор

Мультиплексор аналоговых сигналов – аналоговый коммутатор – предназначен для поочередного подключения определённого канала АЦП к входным преобразователям. Он работает в режиме разделения времени, при котором на каждом периоде опроса ($T_{оп}$) входного преобразователя определённая часть времени выделяется на преобразование и ввод очередной входной величины: $\Delta t_n = T_{оп}/n_{вх}$, где $n_{вх}$ – число входных величин [5].

Использование в режиме разделения времени единого для нескольких входных величин канала ввода позволяет сократить общий объём аппаратуры, но такой вариант имеет недостатки:

- аппаратура канала должна обладать достаточным быстродействием для ввода сигнала на интервале $T_{оп}$, обычно совпадающем с шагом дискретизации подводимых входных величин, что приводит к усложнению схемы;

- в режиме разделения времени вводятся входные величины, разделённые внутри шага дискретизации некоторым интервалом, зависящим от периода и очередности опроса входных преобразователей. В некоторых случаях осуществляют одновременную выборку значений всех подлежащих вводу входных величин в аналоговых запоминающих устройствах (устройства выборки и хранения). Зафиксированные значения, соответствующие одному и тому же моменту времени, затем последовательно преобразуют в цифровой код и вводят в микропроцессор;

- на периоде опроса каждая входная величина непосредственно контролируется только в течение времени Δt_n . Следовательно, на интервале времени $T_{оп} - \Delta t_n$ значения входных величин теряются.

Отмеченные недостатки устраняются в индивидуальных каналах ввода, когда каждый канал выделен для ввода только одной входной аналоговой величины.

В устройствах релейной защиты используются аналоговые мультиплексоры, которые выполняются в виде отдельной интегральной схемы. В качестве примера на рис.1.4 приведено условное графическое обозначение микросхемы 16-канального коммутатора MAXIM406. Мультиплексор снабжен дешифратором, позволяющим производить адресный опрос каналов в зависимости от логических уровней на входах А0...А3. Микросхема имеет вход разрешения работы Е.

Порядок подключения каналов в зависимости от состояния дешифратора приведен в табл. 1.1.

1.5.2. Принцип цифрового преобразования сигнала

Общий принцип цифрового преобразования сигналов в микропроцессорных устройствах заключается в следующем [6].

Входной сигнал $u_{вх}(t)$, заданный в аналоговой форме, подается на АЦП (рис.1.5, здесь в качестве входного сигнала показан импульс синусоидальной формы длительностью τ). С помощью тактового генератора, входящего в состав АЦП и имеющего период повторения импульсов T_d , интервал воздействия аналогового сигнала τ разделяется на дискреты (отрезки) $\Delta t = T_d$.

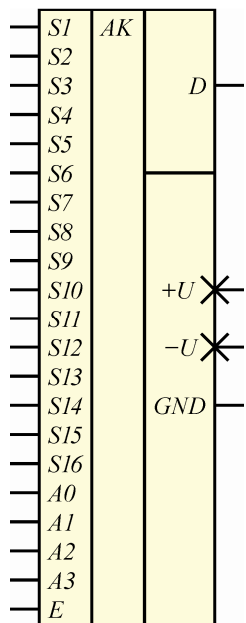


Рис. 1.4. Мультиплексор

Таблица 1.1

Логические сигналы на входах управления					Номер канала
A3	A2	A1	A0	E	
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	2
0	0	1	0	1	3
0	0	1	1	1	4
0	1	0	0	1	5
0	1	0	1	1	6
0	1	1	0	1	7
0	1	1	1	1	8
1	0	0	0	1	9
1	0	0	1	1	10
1	0	1	0	1	11
1	0	1	1	1	12
1	1	0	0	1	13
1	1	0	1	1	14
1	1	1	0	1	15
1	1	1	1	1	16
X	X	X	X	0	-

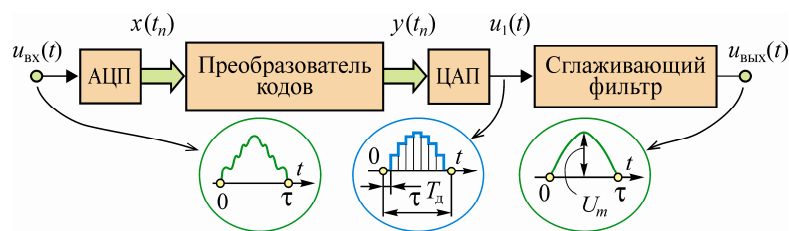


Рис. 1.5. Принцип цифрового преобразования сигнала

Для моментов времени $t_0 = 0, t_1 = T_d, t_2 = 2T_d, t_3 = 3T_d, \dots, t_n = nT_d$ определяют выборки входного сигнала, т.е. его мгновенные значения $u_{вх}(t_n)$, и представляют их в кодированной форме – обычно в виде двоичных чисел $x(t_n)$. Эти числа последовательно передаются в преобразователь кодовых значений, в котором в соответствии с требованиями к выходному сигналу последовательность чисел $x(t_n)$ преобразуется в последовательность чисел $y(t_n)$.

Полученная последовательность чисел $y(t_n)$ подается на *цифроаналоговый преобразователь* (ЦАП). Здесь каждое число $y(t_n)$, представленное в двоичном коде, преобразуется в напряжение $u_1(t_n)$. В пределах времени T_d , до поступления следующего числа $y(t_{n+1})$, значение $u_1(t_n)$ остаётся постоянным. Таким образом, на выходе ЦАП формируется ступенчатая функция, аппроксимирующая требуемый выходной сигнал. Напряжение $u_1(t_n)$ подаётся на сглаживающий фильтр, на выходе которого вырабатывается монотонное напряжение $u_{вых}(t)$, имеющее, как и входной сигнал $u_{вх}(t)$, аналоговую форму представления.

1.5.3. Цифроаналоговые преобразователи

Назначение ЦАП – преобразование поступающего цифрового кода в аналоговую величину – ток или напряжение.

Известны различные схемы преобразования параллельного цифрового кода в аналоговое напряжение или ток ступенчатой формы [6, 7]. Одна из схем – ЦАП с двоично взвешенными резисторами [7], сопротивления которых соответствуют весу единиц разрядов входного кода. Основу схемы составляет инвертирующий сумматор (рис. 1.6). В цепи инвертирующего входа усилителя DA1 имеется набор резисторов, номиналы которых изменяются от R (старший разряд входного двоичного кода ЦАП) до $2^{b-1}R$ (младший разряд). Если в старшем разряде входного кода имеется 1 и напряжение на входе ЦАП равно U^1 , ток $I_{b-1} = U^1/R$; если 0, ток $I_{b-1} = 0$, и т.д.

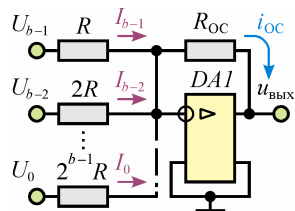
Токи, определяемые единицами входного двоичного кода, создают на выходе схемы напряжение

$$u_{вых} = \frac{U^1 R_{OC}}{2^{b-1} R} \sum_{k=0}^{b-1} a_k,$$

где $a_{b-1}, a_{b-2}, \dots, a_0$ – коэффициенты, принимающие значения 0 или 1 соответственно разряду двоичного кода.

Выходное напряжение схемы будет максимальным в том случае, когда все коэффициенты $a_k = 1$:

$$u_{вых} = U_{вых \max} = \frac{U^1 R_{OC}}{2^{b-1} R} (2^b - 1) \approx \frac{U^1 R_{OC}}{R}.$$



Недостатком такой схемы ЦАП является необходимость применения термостабильных резисторов разных номиналов.

Более прогрессивным способом получения поразрядно удваивающихся токов является применение резисторной матрицы R – $2R$ (рис.1.7). В последнем звене матрицы R – $2R$ выполняется условие $r_1=r_2=2R$, потому

ток, втекающий в узел a слева, далее делится на два одинаковых тока, один из которых протекает через сопротивление r_1 , а другой – через сопротивление r_2 . Каждый из этих токов равен I_1 . Ток через сопротивление r_3 будет иметь соответственно значение $2I_1$. Сопротивление цепи, образованной при параллельном включении сопротивлений r_1 и r_2 , будет составлять $r_1 r_2 / (r_1 + r_2)$, т.е. равно R . Это эквивалентное сопротивление включено последовательно с сопротивлением $r_3 = R$, поэтому создаётся параллельно-последовательная цепь, суммарное сопротивление которой $r_3 + r_1 r_2 / (r_1 + r_2) = 2R$. Отсюда можно считать, что в узле b параллельно сопротивлению $r_4 = 2R$ включена цепь с таким же сопротивлением $2R$. Ток через сопротивление r_3 и r_4 опять будет одинаков, но равен уже $2I_1$. Аналогично можно показать, что ток, втекающий в любой узел, всегда делится на два одинаковых тока. Тогда через перемычку $XN1$ течет ток I_1 , через перемычку $XN2$ – ток $2I_1$, через перемычку $XN3$ – ток $4I_1$ и т.д. Если вместо перемычек включить двухпозиционные переключатели, то схема

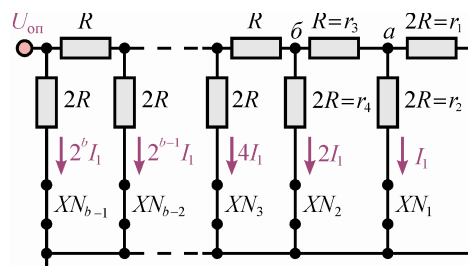


Рис. 1.7. Матрица $R-2R$

примет вид, показанный на [рис. 1.8](#).

Нижние выводы резисторов $2R$ связаны через переключатели с нулём питания или с виртуальным нулём инвертирующего усилителя, преобразовывающего ток

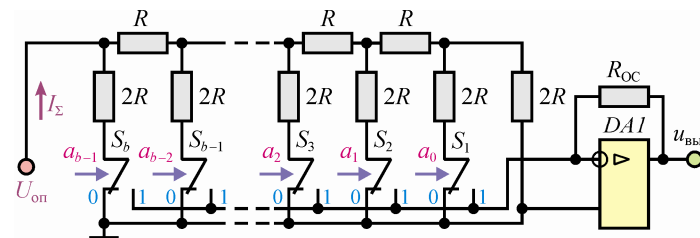


Рис.1.8. ЦАП с токовым выходом

в напряжение, что позволяет обеспечивать указанное ранее распределение токов.

Сопротивление между источником опорного напряжения $U_{\text{оп}}$ и инвертирующим входом усилителя равно R и не зависит от числа единиц в разрядах контролируемого кода. Тогда ток на входе матрицы $I_{\Sigma} = U_{\text{оп}}/R$.

В положении 0 ключа S_1 ток $I_1 = U_{\text{оп}}/2^b R$ первого разряда ЦАП замыкается на корпус и через вход инвертирующего усилителя не протекает. В положении 1 ключа S_1 ток I_1 поступает на инвертирующий вход ОУ, формируя на его выходе долю напряжения, определяемого единицей младшего разряда кода:

$$\Delta U_{\text{БЫХ}} = U_{\text{ОП}} R_{\text{ОС}} / 2^b R.$$

Полное напряжение на выходе ОУ, складывающееся из веса отдельных разрядов кода:

$$u_{\text{BbYX}} = \Delta U_{\text{BbYX}} (a_{b-1} 2^{b-1} + a_{b-2} 2^{b-2} + \dots + a_1 2 + a_0) = \frac{U_{\text{on}} R_{\text{OC}}}{2^b R} \sum_{k=0}^{b-1} a_k.$$

Когда во всех разрядах кода единицы, напряжение на выходе схемы максимально:

$$u_{\text{вых}} = U_{\text{вых max}} = \frac{U_{\text{оп}} R_{\text{OC}}}{2^b R} (2^b - 1) = \frac{U_{\text{оп}} R_{\text{OC}}}{R} (1 - 2^{-b}) \approx \frac{U_{\text{оп}} R_{\text{OC}}}{R}.$$

Когда требуется работа ЦАП на высокоомную нагрузку, использование матрицы $R-2R$ и переключателей даёт возможность реализовать схему с выходом по напряжению [6, 7]. Однако метод суммирования токов в ЦАП используется чаще, так как предъявляет менее жёсткие требования к ключам.

1.5.4. Аналого-цифровые преобразователи

АЦП осуществляет преобразование аналоговой величины, например мгновенного значения напряжения, соответствующего данной выборке, в цифровой код. Для получения выборок напряжения $u_{вх}(t)$ в АЦП используется сравнение этого напряжения с эталонным.

В АЦП *"параллельного" типа* (рис.1.9) резисторы $R_1, R_2, \dots$ и источник стабильного напряжения $U_{оп}$ образуют датчик уровней эталонных напряжений. Эти напряжения поступают на компараторы $K_1, K_2, \dots$ в качестве опорных потенциалов. Если сигнал $u_{вх}(t)$ в рассматриваемый момент времени оказался больше, чем опорное напряжение в данном канале, то компаратор переключается и на его выходе формируется сигнал **1**. Выходные сигналы компараторов поступают в логический преобразователь, который должен обеспечивать:

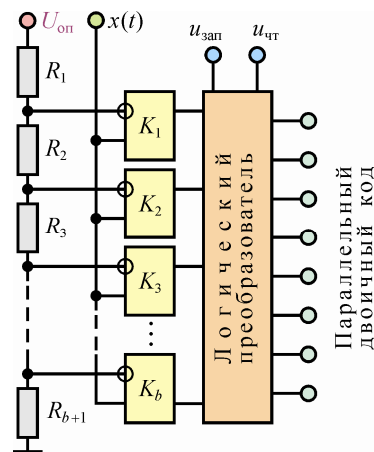


Рис.1.9. "Параллельный" АЦП

так как опорные напряжения существуют здесь постоянно и на их формирование не требуется дополнительное время. Но точность такого преобразователя ограничена. Число каналов в нём не может быть большим, поскольку разница между соседними уровнями квантования должна быть заведомо больше взаимной нестабильности порогов срабатывания "соседних" компараторов.

а) запись выходных сигналов компараторов в регистр (при поступлении сигнала записи – напряжение $u_{зап}$);

б) преобразование сигнала **1**, поступившего в регистр от того компаратора из числа сработавших и имеющих наибольший уровень опорного потенциала, в двоичное число (код);

в) при поступлении сигнала считывания $u_{чт}$ передачу двоичного кода на выход логического преобразователя.

"Параллельные" АЦП имеют наибольшее быстродействие,

В схеме АЦП *последовательного приближения* в качестве эталонного напряжения для сравнения используют выходное напряжение ЦАП (рис.1.10).

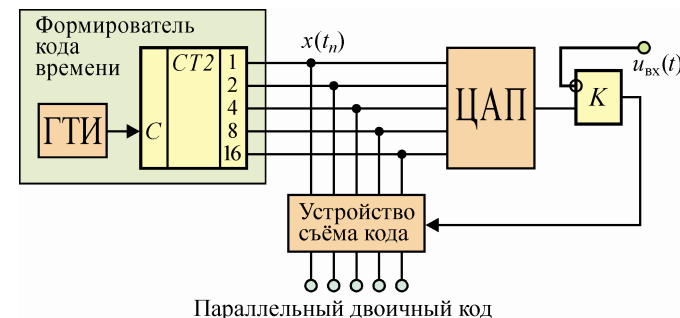


Рис.1.10. Структура АЦП последовательного приближения

В таких АЦП генератор тактовых импульсов ГТИ вырабатывает сигналы со стабильным периодом следования T_0 , которые поступают на вход двоичного счётчика. На выходе счётчика образуется параллельный двоичный код, который изменяется по мере поступления очередных тактовых импульсов. Выходные сигналы счётчика (в форме параллельного двоичного кода) поступают на ЦАП, где преобразуются в линейно нарастающее напряжение. Это напряжение подается в качестве опорного сигнала на компаратор K , где сравнивается с входным напряжением $u_{вх}(t)$. В тот момент времени, когда выходное напряжение ЦАП и напряжение $u_{вх}(t)$ оказываются равными, на выходе компаратора K вырабатывается команда, которая воздействует на устройство съёма кода. Параллельный двоичный код с выхода счётчика, соответствующий равенству напряжений на входах компаратора, передается на выход АЦП (выход устройства съёма кода).

1.5.5. Параметры ЦАП и АЦП

Основными параметрами микросхем АЦП и ЦАП являются разрешающая способность, погрешность преобразования, быстродействие, максимальное входное напряжение АЦП и максимальное выходное напряжение ЦАП (опорное напряжение).

Разрешающая способность ЦАП характеризует возможность различать смежные значения входного кода. Разрешающая способность определяется изменением выходного аналогового сигнала при изменении входного кода на единицу младшего разряда, т.е. зависит от разрядности и равна выходному напряжению, соответствующему единице младшего разряда входного кода [7]:

$$\Delta = \frac{U_{\text{оп}}}{2^b - 1},$$

где b – разрядность; $U_{\text{оп}}$ – значение опорного напряжения.

Относительная разрешающая способность ЦАП

$$\Delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{U_{\text{оп}}} = \frac{1}{2^b - 1}.$$

Разрешающая способность АЦП определяется минимальным входным напряжением, соответствующим изменению выходного кода на единицу младшего разряда, т.е. отождествляется с порогом чувствительности, при котором происходит изменение выходного кода. Для b -разрядного выходного кода при максимальном входном напряжении $U_{\text{вх max}}$ разрешающая способность определяется как

$$\Delta = \frac{U_{\text{вх max}}}{2^b - 1}.$$

Абсолютная погрешность преобразования ЦАП определяет отклонение выходного напряжения от расчётного значения в конечной точке характеристики преобразования. Статическая составляющая этой погрешности включает в себя методическую погрешность квантования, динамическая – инструментальную, обусловленную неидеальностью элементов ЦАП.

Погрешность квантования $\delta_{\text{кв}}$ определяется принципом представления аналогового сигнала соседними квантованными уровнями, которые отстоят один от другого на заданный интервал. Величина этого интервала – разрешающая способность ЦАП. Максимальная погрешность квантования равна половине разрешающей способности:

$$\delta_{\text{кв}} = \pm \frac{U_{\text{оп}}}{2(2^b - 1)}; \delta_{\text{кв.отн}} = \pm \frac{1}{2(2^b - 1)}.$$

Инструментальная погрешность $\delta_{\text{и}}$ не должна превышать значения погрешности квантования $\delta_{\text{кв}}$. Следовательно, полная абсолютная $\delta_{\text{п.ш}}$ и относительная $\delta_{\text{п.ш.отн}}$ статические погрешности соответствуют разрешающей способности ЦАП:

$$\delta_{\text{п.ш}} = \pm \frac{U_{\text{оп}}}{2^b - 1}; \delta_{\text{п.ш.отн}} = \pm \frac{1}{2^b - 1}.$$

Нелинейность ЦАП $\delta_{\text{л}}$ характеризует максимальное отклонение реальной характеристики ЦАП от теоретической, представляющей собой прямую линию, соединяющую нуль с точкой максимального значения выходного сигнала. Нелинейность определяется в долях младшего разряда или в процентах от полной шкалы и подстройкой не компенсируется.

Дифференциальная нелинейность ЦАП $\delta_{\text{л.д}}$ характеризует максимальное отклонение абсолютного значения разности двух аналоговых сигналов, соответствующих соседним кодам, от значения младшего разряда.

Дифференциальная нелинейность ЦАП так же, как и $\delta_{\text{л}}$, определяется в долях младшего разряда или в процентах от полной шкалы и подстройкой не компенсируется.

Нелинейность АЦП $\delta_{\text{л}}$ характеризует максимальное отклонение реальной передаточной характеристики АЦП от идеальной (рис.1.11, а). Нелинейность АЦП определяется в долях младшего разряда или в процентах от полной шкалы.

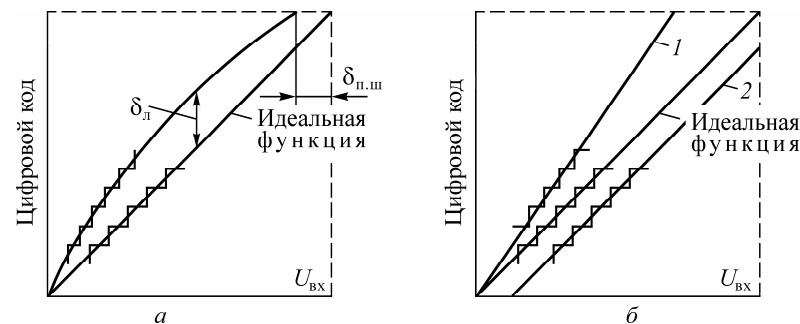


Рис.1.11. Погрешности АЦП:

а – абсолютная погрешность и нелинейность;
б – погрешность усиления и смещения нуля

Дифференциальная нелинейность АЦП $\delta_{л.д}$ характеризует максимальное отклонение двух аналоговых сигналов, соответствующих соседним выходным кодам, от значения младшего разряда. Дифференциальная нелинейность АЦП определяется в долях младшего разряда или в процентах от полной шкалы.

Абсолютная погрешность преобразования АЦП $\delta_{п.ш}$ определяет отклонение выходного напряжения от номинального значения в конечной точке передаточной характеристики (шкалы АЦП) (см. рис. 1.11, а).

Абсолютная погрешность является суммой методической (зависит от шага квантования) и инструментальной (вносится узлами ЦАП) погрешностей.

Значение $\delta_{п.ш}$ определяется отклонением крутизны передаточной характеристики от идеального наклона и погрешностью смещения нуля (прямые 1 и 2 на рис. 1.11, б). Оба указанных фактора могут компенсироваться изменением $U_{оп}$ или сопротивлением резисторной матрицы. Абсолютная погрешность включает в себя нелинейность и дифференциальную нелинейность.

Динамическая составляющая погрешности АЦП и ЦАП связана с быстродействием преобразователя, определяемым временем преобразования $\tau_{пр}$ (интервал времени от момента заданного изменения сигнала на входе до появления устойчивого кода) и скоростью изменения входного сигнала v_u . Чем меньше значения $\tau_{пр}$ и v_u , тем меньше динамическая составляющая.

Период опроса $T_{оп}$, с которым осуществляется опрос входного напряжения, должен быть больше времени преобразования: $T_{оп} > \tau_{пр}$. По теореме Котельникова $2T_{оп} \leq T_{max}$, где T_{max} – период существенно значимой частоты в спектре входного сигнала, поэтому АЦП должен обладать скоростью преобразования $t_{пр} \leq T_{max}/2$. При больших значениях $t_{пр}$ необходимо увеличивать $T_{оп}$, чтобы избежать больших динамических искажений преобразовываемого сигнала. Для их уменьшения следует выбирать АЦП с временем преобразования, на интервале которого входной сигнал изменяется не более чем на разрешающую способность.

Пример 1.1. Определить разрешающую способность и относительную разрешающую способность 10-разрядного ЦАП, опорное напряжение которого $U_{оп} = 10$ В.

Используя формулы определения разрешающей способности и относительной разрешающей способности ЦАП, получаем

$$\Delta = \frac{U_{оп}}{2^b - 1} = \frac{10}{2^{10} - 1} \approx 9,775 \text{ мВ}, \quad \Delta_{отн} = \frac{1}{2^b - 1} \approx 0,98 \text{ мВ}.$$

Пример 1.2. Определить возможность применения микросхемы AD7892 (производитель – фирма ANALOG DEVICE [8]) в канале аналого-цифрового преобразования сигналов микропроцессорного реле, входные фазные токи которого могут изменяться в диапазоне от $0,05I_{ном}$ до $30I_{ном}$ ($I_{ном} = 5$ А), а линейные напряжения – $0,01U_{ном}$ до $1,5U_{ном}$ ($U_{ном} = 100$ В). Точность измерения амплитуды входных сигналов должна быть не хуже 10 % относительно её минимального значения.

1. Минимальная амплитуда входного тока $I_{min} \approx 354$ мА, максимальная – $I_{max} \approx 212$ А. Минимальная амплитуда входного напряжения $U_{min} \approx 1,41$ В, максимальная – $U_{max} \approx 212$ В.

2. Синусоидальный характер переменного тока определяет степень квантования, с которой может осуществляться дискретизация входного сигнала 12-разрядного АЦП:

$$\Delta I = \frac{I_{max}}{2(2^b - 1)} = \frac{212}{2(2^{12} - 1)} \approx 103,6 \text{ мА}.$$

В процессе обработки минимального уровня входного тока АЦП будет "использовать" только три младших разряда из двенадцати (двоичный код 011 соответствует току 311 мА), следовательно, минимальная амплитуда тока будет квантоваться с точностью

$$\delta_{кв}|_{I_{min}} = \frac{I_{min} - 3\Delta I}{3\Delta I} 100 = \frac{354 - 3 \cdot 103,6}{3 \cdot 103,6} 100 \approx 12 \%.$$

Вычисленное значение погрешности квантования не является максимальным, поскольку для токов, не превышающих уровень, определяемый двоичным кодом 100, который соответствует току 414,5 мА, АЦП по-прежнему "использует" только три младших разряда, т.е.

$$\delta_{кв}|_{I_{m=100}} = \frac{414,5 - 3 \cdot 103,6}{3 \cdot 103,6} 100 \approx 25 \%.$$

3. В то же время ступень квантования, с которой может осуществляться дискретизация входного напряжения:

$$\Delta U = \frac{U_{m \max}}{2(2^b - 1)} = \frac{212}{2(2^{12} - 1)} \approx 103,6 \text{ мВ.}$$

При обработке уровней входного напряжения до 1,45 В (двоичный код 1110) АЦП "использует" четыре младших разряда, поэтому минимальная амплитуда входного напряжения будет квантоваться с точностью

$$\delta_{\text{кв}}|_{U_{m"1110"}} = \frac{U_{m"1110"} - 13\Delta U}{13\Delta U} 100 = \frac{1,45 \cdot 10^3 - 13 \cdot 103,6}{1,45 \cdot 10^3} 100 \approx 7,1 \text{ \%}.$$

4. Таким образом, применение микросхемы AD7892 без дополнительных мер является неприемлемым из-за недопустимой погрешности квантования входных токов.

1.5.6. Аналого-цифровая система сбора данных

Структура канала аналого-цифрового преобразования определяет в первую очередь диапазон изменения мгновенных значений входных сигналов. В некоторых видах микропроцессорных реле переменного тока максимальная кратность входного сигнала достигает 1000, диапазон же необходимых замеров мгновенных значений входных сигналов должен быть, по крайней мере, на порядок больше. Это обусловлено тем, что цифровая обработка входных токов производится и в моменты, когда их мгновенные значения максимальны и тогда, когда находятся вблизи переходов через нуль, причём форма сигналов имеет двухполярный характер. Если применяемый АЦП имеет b разрядов, то мгновенное значение его входного сигнала может находиться в любом из $2^b - 1$ диапазонов. Ступень квантования ΔU при определении уровня синусоидального сигнала, ограниченного значениями наибольшей амплитуды синусоидального сигнала $-U_{m \max}$ и $U_{m \max}$, составит $U_{m \max} / 2 \times (2^b - 1)$.

В указанных условиях разрядность АЦП не обеспечивает необходимую точность преобразования мгновенных значений сигналов. Одним из возможных решений является расширение

диапазона измерений путём предварительной нормализации сигнала перед обработкой его в АЦП (рис. 1.12) [9]. Весь диапазон входного сигнала $u_{\text{вх}}$ делится измерителем уровня на определенное число уровней. Например, фиксируется увеличение модуля напряжения $|u_{\text{вх}}|$ более чем в 4 или 16 раз относительно установленного значения. Для этого измеритель уровня содержит двухполярные компараторы по числу уровней, обеспечивающие сравнение $|u_{\text{вх}}|$ с установленными опорными напряжениями. Выход каждого из компараторов измерителя уровня подводится к одному из входов дешифратора, в результате чего на выходе имеется в двоичном коде сигнал, соответствующий одному из уровней $u_{\text{вх}}$ для данного момента времени. Этот сигнал подводится к управляющим входам коммутатора, который в зависимости от уровня контролируемого сигнала изменяет коэффициент передачи масштабного усилителя. Если фиксируется сигналом на выходе дешифратора, что $|u_{\text{вх}}|$ возросло более чем в 4 раза по отношению к заданной величине, то замыкается ключ коммутатора, обеспечивающий уменьшение коэффициента усиления масштабного усилителя в 4 раза и одновременно в микропроцессор поступает от дешифратора код, дающий информацию о необходимости умножения выходного числа АЦП на 4.

Значительное количество контролируемых сигналов и малое время дискретизации T_d , за которое необходимо произвести цифровую обработку всех входных сигналов и необходимые операции в МП при текущем контроле входных сигналов, предъявляют жёсткие требования к времени преобразования АЦП и скорости вычислений.

Для быстрой обработки сигналов и текущих вычислений можно использовать несколько микропроцессоров или специализированные сигнальные процессоры.

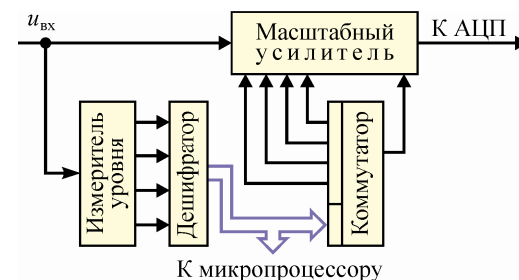


Рис. 1.12. Расширение диапазона цифрового преобразования

Первые отечественные АЦП представляли собой набор микросхем, содержащих основные узлы преобразователей. Из этих наборов можно было выполнять различные по точности и быстродействию АЦП. В настоящее время выпускаются АЦП, содержащие на полупроводниковом кристалле все основные узлы преобразователей. Более того, отечественные разработчики микропроцессорной аппаратуры получили доступ к обширной номенклатуре АЦП лучших зарубежных фирм.

Большинство современных АЦП совместимы с микропроцессорами. Выходные цепи в таких АЦП имеют три устойчивых состояния: 0, 1, z-состояние (шина микропроцессора при таком состоянии выхода АЦП не нагружается).

При использовании АЦП в микропроцессорных реле приходится учитывать не только разрешающую способность и быстродействие, но и стоимость ИМС. Опыт чебоксарских разработчиков аппаратуры для целей релейной защиты показывает, что в настоящее время пока наиболее оптимальными с точки зрения обобщённого показателя "разрешающая способность – быстродействие – цена" являются микросхемы АЦП, осуществляющие преобразование аналогового сигнала в 12-разрядный цифровой код. Примером таких АЦП является микросхема AD7892 фирмы ANALOG DEVICE [8]. Максимальный диапазон преобразования АЦП AD7892 составляет ± 2047 уровней квантования (дискреты). Если наибольший входной ток равен $30I_{\text{ном}}$, то при входном токе $0,05I_{\text{ном}}$ амплитудному значению тока соответствует цифровое значение ± 3 дискреты, что не удовлетворяет заданной точности измерения – величина одной дискреты не должна превышать 2...5 % текущего значения.

Следовательно, при использовании 12-разрядного АЦП следует увеличить разрядность преобразователя. В частности, можно использовать преобразование одного и того же сигнала, пропорционального измеряемому току по двум каналам: с коэффициентом передачи, равным 1, и с коэффициентом передачи, равным 16. По вхождению АЦП в состояние насыщения от сигнала по 1-му каналу, производится измерение сигнала по 2-му каналу. Путём математической операции – умножения полученного кода преобразованного сигнала по второму каналу на 16 – приводится в соответствие код преобразования по обоим каналам. Дискрет-

ность ΔI такого преобразования в зависимости от величины входного сигнала не превышает 2 % от текущего значения сигнала при минимальной рабочей величине тока (рис. 1.13).

Для цепей напряжения динамический диапазон изменения входных величин значительно меньше. Минимальное напряжение, необходимое для правильной работы реле сопротивления, составляет 1 В, а максимальное – 150 В. Таким образом, максимально возможный диапазон изменения сигнала, пропорционального напряжению переменного тока, составляет 150 крат. Минимальной амплитуде сигнала, пропорционального напряжению, соответствует число 14, а дискретность в этом случае не превышает 7,5 % от текущей величины сигнала, поэтому для преобразования сигналов в цепях напряжения можно использовать непосредственно 12-разрядный АЦП.

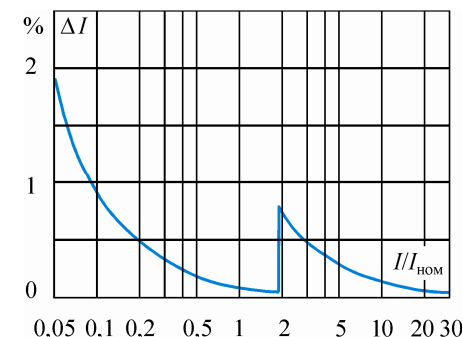


Рис. 1.13. Зависимость $\Delta I = f(I/I_{\text{ном}})$

Количество контролируемых сигналов также сказывается на структуре аналого-цифровой системе сбора данных (АЦС). Для осуществления функций, предъявляемых к сложным комплектным устройствам релейной защиты, требуется обрабатывать довольно много входных воздействующих величин. Например, для реализации цифровой защиты линий электропередачи напряжением 110-220 кВ требуется контролировать:

- три фазных тока защищаемой линии;
- ток нулевой последовательности параллельной линии;
- три фазных напряжения линии;
- два напряжения разомкнутого треугольника;
- напряжение от ШОН (шкаф отбора напряжения).

Как отмечено выше, каждая цепь тока требует двух каналов, каждая цепь напряжения – одного канала, поэтому всего требуется $2 \times 4 + 6 = 14$ каналов. Ещё два канала требуется для организации контроля схемы преобразователя и контроля исправности

источников питания. Таким образом, для реализации функции преобразователя аналоговых сигналов для одного терминала защиты линии 110-220 кВ требуется 16-канальная схема аналого-цифрового преобразования (рис. 1.14).

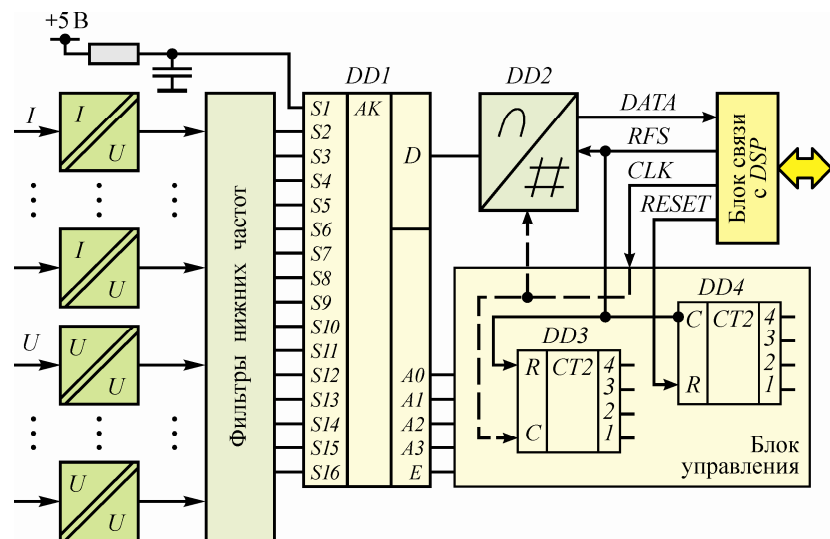


Рис. 1.14. Структура аналого-цифровой системы сбора данных

При реализации аналого-цифровой системы преобразования аналоговых сигналов в цифровую форму, прежде всего внимание обращается на её следующие составные части:

- входные трансформаторные преобразователи;
- аналоговые частотные фильтры;
- коммутатор аналоговых сигналов;
- собственно микросхема АЦП.

Принцип действия АЦС основан на последовательном подключении 16 аналоговых сигналов на вход одноканального АЦП, преобразовании его в цифровую форму и передаче данных вычислительной системе (сигнальному процессору DSP). В данной структуре в качестве основного элемента преобразования аналоговой величины в форму цифровой последовательности можно использовать микросхему AD7892 (рис. 1.15).

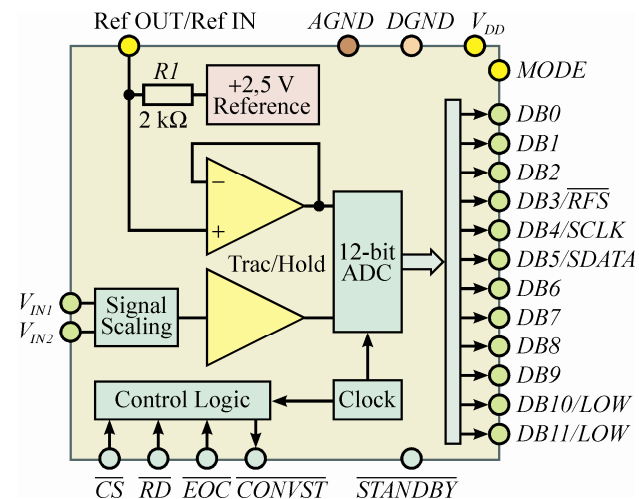


Рис. 1.15. Структура микросхемы AD7892

Назначение выводов микросхемы AD7892 (по их обозначению) [8]:

V_{DD} – вход подключения напряжения питания (с номинальным значением $+5\text{ В} \pm 5\%$);

$\overline{\text{STANDBY}}$ – логический вход. Сигнал **1** – нормальный рабочий режим. Сигнал **0** – режим "ожидания" (низкое потребление мощности 5 мВт);

V_{IN2} – аналоговый вход. Для микросхемы AD7892-1 этот вход соединяется с выводом AGND или с выводом V_{IN1} и служит для определения диапазона аналогового напряжения входа. Вход V_{IN2} , соединенный с выводом AGND, имеет аналоговый входной диапазон $\pm 10\text{ В}$, а соединённый с V_{IN1} , – $\pm 5\text{ В}$. Для AD7892-2 и AD7892-3 этот вход может не использоваться, но не должен быть соединён с потенциалом иным, чем вывода AGND;

V_{IN1} – аналоговый вход преобразования напряжения. Для микросхемы AD7892-1 диапазон входного напряжения $\pm 5\text{ В}$ или $\pm 10\text{ В}$ в зависимости от способа подключения вывода V_{IN2} . Для AD7892-2 диапазон напряжения на входе V_{IN1} – от 0 В до $+2,5\text{ В}$ относительно напряжения, появляющегося на входе V_{IN2} , для AD7892-3 – $\pm 2,5\text{ В}$;

RefOUT/RefIN – опорное напряжение выхода/входа. Может использоваться с внутренним или с внешним источником. Этим выводом обеспечивается питание микросхемы (+2,5 В). При использовании внутреннего источника, вход *RefOUT* должен быть соединен с входом *AGND* через керамический конденсатор ёмкостью 0,1 мкФ. Выходное сопротивление источника опорного напряжения равно 5,5 кОм.

Когда используется внешний источник опорного напряжения, он должен быть соединён с этим выводом. Тем самым переключается внутренний источник и обеспечивается формирование опорного напряжения для устройства. Вход *RefIN* буферизуется на кристалле, но внешний источник опорного напряжения должен быть способен пропускать ток внутреннего источника через резистор. Номинальное значение опорного напряжения для корректной работы AD7892 равно +2,5 В;

AGND – аналоговая земля;

MODE – вход контроля управления. Определяет тип интерфейса для микросхемы AD7892. Когда на выводе **0**, устройство находится в режиме последовательного интерфейса; иначе – в режиме параллельного интерфейса;

DB11/LOW – 11-й разряд данных/тестовый вывод. При параллельном способе этот вывод – 11-й информационный разряд (MSB), имеющий ТТЛ-совместимый выход с тремя состояниями. При последовательном способе вывод используется как контрольный и должен иметь низкий логический уровень для правильной работы микросхемы;

DB10/LOW – 10-й разряд данных/тестовый вывод. При параллельном способе этот вывод – 10-й информационный разряд с ТТЛ-совместимым выходом с тремя состояниями. При последовательном способе вывод используется как контрольный и должен иметь низкий логический уровень для правильной работы микросхемы;

DB9, DB8, DB7, DB6 – 9-й, 8-й, 7-й, 6-й информационные разряды с ТТЛ-совместимым выходом с тремя состояниями (при последовательном способе выводы должны быть отключены);

DGND – цифровая земля;

DB5/SDATA – 5-й разряд данных при параллельном способе. Имеет ТТЛ-совместимый выход с тремя состояниями. При по-

следовательном способе вывод является последовательным линейным выходом данных. Последовательный 16-битный код данных содержит первые 4 нулевых бита, предшествующих 12 битам достоверных данных. Последовательные данные начинают передаваться на срезах 16 импульсов сигнала *SCLK* после того, как сигнал *RFS* станет равным **0**;

DB4/SCLK – 4-й информационный разряд данных при параллельном способе. Имеет ТТЛ-совместимый выход с тремя состояниями. При последовательном способе – последовательный счётчик импульсов *SCLK*. Вход *SCLK* и внешний последовательный счётчик служат для получения на выводе последовательных данных. Последовательные данные синхронизируются регистром сдвига при переходе сигнала *SCLK* на высокий логический уровень и сигнала *RFS* на низкий логический уровень;

DB3/RFS – 3-й информационный разряд данных при параллельном способе. Имеет ТТЛ-совместимый выход с тремя состояниями. При последовательном способе он является входом синхронизации с *RFS*, обеспеченным извне, чтобы получить последовательные данные от AD7892;

DB2, DB1 – 2-й, 1-й информационные разряды с ТТЛ-совместимым выходом с тремя состояниями. При последовательном способе выводы должны быть отключены;

DB0 – 0-й информационный разряд (LSB) с ТТЛ-совместимым выходом с тремя состояниями. При последовательном способе вывод должен быть отключён;

$\overline{RD}$ – активный вход с низким логическим уровнем, который используется вместе с входом *CS*, разрешающим вывод данных;

$\overline{CS}$ – выбор кристалла. Активный вход с низким логическим уровнем, который используется вместе с входом *RD*, разрешающим вывод данных;

$\overline{EOC}$ – конец преобразования. Активный выход с низким логическим уровнем, указывающий состояние преобразователя. Номинальная продолжительность импульса *EOC* – 100 нс;

CONVST – начало преобразования. Логический вход, разрешающий преобразование по изменению сигнала с **0** на **1**.

Работа АЦС. Входные аналоговые сигналы подаются на входы преобразователя. Источником сигналов являются вторичные обмотки промежуточных ТН и ТТ. Нагрузкой ТН являются

балластные резисторы (см. рис.1.2, а). Вторичные обмотки ТТ нагружены на резисторные шунты (см. рис.1.2, б). Падение напряжения на одном из резисторов от вторичного тока в 16 раз больше падения напряжения на другом резисторе, чем обеспечивается расширение диапазона преобразования.

Первый канал аналого-цифровой системы используется для контроля работы АЦП. На него постоянно подано напряжение питания +5 В.

Входные аналоговые цепи включают пассивные RC-фильтры. Выходы всех отфильтрованных аналоговых сигналов подключаются к входам мультиплексора DD1, единственный выход которого подключен к входу V_{IN1} микросхемы AD7892.

Подключённый к выходу D коммутатора DD1 аналоговый сигнал определяется двоичной комбинацией логических сигналов на его адресных входах (см. табл.1.1). Сигнал 0 на входе разрешения E (см. рис.1.4) отключает аналоговые входы от выхода D независимо от состояния входов A0...A3. Для дискретизации входных сигналов (формирования выборок) входы $\overline{CS}$ и $\overline{RD}$ микросхемы DD2 (рис.1.16) должны быть соединены с нулём.

Перед началом преобразования аналоговых сигналов в цифровую форму с выхода сигнального процессора, управляющего работой схемы управления, подаётся сигнал сброса RESET, устанавливающий 4-разрядный счётчик DD4 схемы управления в 0. При этом подготавливается передача на выход D аналогового сигнала, подключённого к 1-му каналу S1 мультиплексора. Выход мультиплексора находится в отключённом состоянии, поскольку на его входе E сигнал EN = 0. Этот сигнал определяется 1, присутствующей на линии синхронизации шины управления последовательного порта SPORT0 DSP, и 0 на выходах 4 и 8 двоичного 4-разрядного счётчика DD3 схемы управления. При выполнении команды сигнального процессора "Разрешение приёма по SPORT0", следующей после команды управления RESET, сигнал RFS переходит из состояния 1 в 0, разрешая тем самым работу счётчика DD3 и прохождение синхронизирующих импульсов CLK на его счётный вход. На срезе 12-го импульса на выходах 4 и 8 счётчика DD3 появятся 1, обеспечивая подачу сигнала разрешения EN=1 через логические элементы схемы управления на вход управления E мультиплексора.

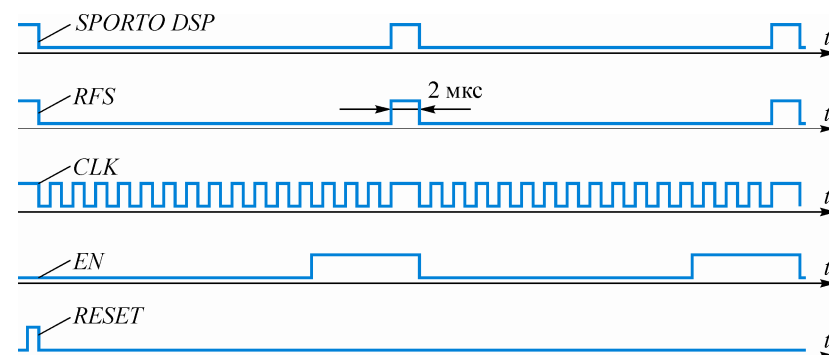


Рис. 1.16. Временные диаграммы чтения и преобразования данных в АЦП

Напряжение с конденсатора фильтра низких частот 1-го канала подаётся через мультиплексор на аналоговый вход V_{IN1} АЦП в течение четырёх импульсов синхронизации CLK (0,5 мкс), что требуется для правильной работы устройства "выборки-хранения" АЦП. Шестнадцатый импульс сигнала CLK совпадает с передним фронтом сигнала RFS, который является признаком начала преобразования аналогового сигнала в цифровую форму. Этим же фронтом сигнала RFS счётчик DD4 переключается в 1, чем подготавливается к работе по второму каналу мультиплексор DD1, и одновременно сбрасывается в 0 счётчик DD3, запрещая по входу E прохождение входного аналогового сигнала через мультиплексор. "Захваченный" встроенным в микросхему устройством "выборки-хранения" аналоговый сигнал преобразуется в цифровую форму за 1,6 мкс, а высокий уровень сигнала RFS сохраняется в течение 2 мкс (указанное время определяется настройкой сигнала SPORT0 DSP). Поэтому сигнал окончания преобразования EOC не используется.

При RFS=0 происходит передача полученных цифровых данных, соответствующих аналоговому сигналу на входе первого канала и разрешается подача сигнала CLK на вход DB4/SCLK микросхемы DD2. В соответствии с сигналом синхронизации АЦП выставляет на линию DATA данные (0 или 1), которые помещаются в приемный кольцевой буферный регистр SPORT0 сигнального процессора DSP.

1.6. МИКРОПРОЦЕССОР

1.6.1. Структура МП-системы

Практически вся обработка информации в цифровом устройстве релейной защиты осуществляется внутри МП-системы по определённому алгоритму, реализованному в виде программы.

Для понимания принципов работы цифровых устройств РЗА необходимо иметь хотя бы общее представление об устройстве и функционировании МП-системы. В этой связи рассмотрим блок-схему МП-системы, представленную на рис. 1.17 [10].

В упрощенной типичной структуре микропроцессорной системы, предназначенной для обработки данных или управления, центральное место занимает МП, который выполняет арифметические и логические операции над данными, осуществляет программное управление процессом обработки информации, организует взаимодействие всех устройств, входящих в МП-систему. Микропроцессор имеет трёхшинную структуру, состоящую из шины адреса ША, двунаправленной шины данных ШД и шины управления ШУ. Работа МП происходит под воздействием сигналов синхронизации и начальной установки, часто выполняемой в виде отдельного кристалла.

Функционирование МП-системы сводится к следующему порядку действий: получение данных от различных периферийных устройств, обработка данных и выдача результатов обработки на периферийные устройства. Блок памяти состоит из оперативного и постоянного запоминающих устройств ОЗУ и ПЗУ, предназначенных для хранения и выдачи по запросам команд программы, исходных данных, промежуточных и конечных результатов обработки данных.

Предназначенное для временного хранения данных ОЗУ, представляет собой набор запоминающих триггеров. Информация, которая поступает по ШД в ОЗУ, может записываться и считываться. Для этого в ОЗУ с ШУ поступают сигналы ЗпЗУ и ЧтЗУ. Для хранения команд программы и различных констант предназначено ПЗУ. Информация в ПЗУ может только считываться по синхросигналу ЧтЗУ. На блоки ОЗУ и ПЗУ сигналы подаются также с ША.

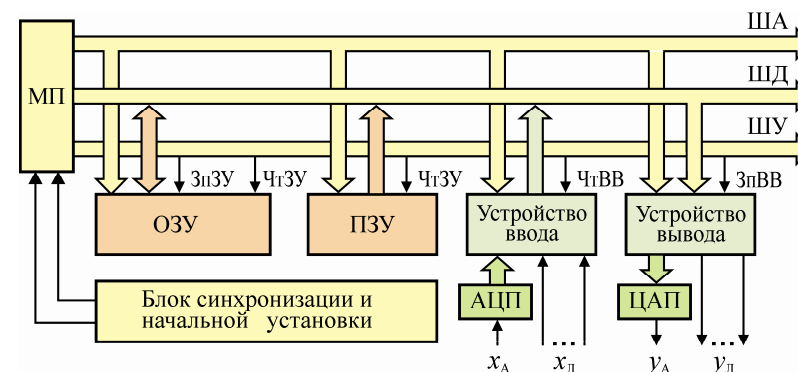


Рис. 1.17. Блок-схема МП-системы

В функциональном отношении блок памяти состоит из однотипных *ячеек*, *длина (разрядность)* которых совпадает с длиной слова МП, т.е. составляет 8 *бит* (1 *байт*). Ячейки пронумерованы, номера их называются *адресами*, и для обращения к ячейке достаточно указать по ША её адрес. Совокупность ячеек, к которым может адресоваться МП, называется *адресным пространством (полем) памяти*, а фактически имеющиеся ячейки образуют *рабочее пространство памяти*.

Взаимодействие блока памяти с МП происходит следующим образом. В ходе работы МП выдает на ША адрес ячейки памяти ПЗУ, в которой хранится очередная команда, и по ШУ в ПЗУ поступает сигнал ЧтЗУ, обеспечивающий чтение содержимого указанной ячейки памяти. Запрошенная команда из ячейки выдается на ШД, откуда она поступает в МП. В МП команда расшифровывается, и если данные, действия над которыми предусматривает команда, находятся в регистрах МП, то МП приступает к выполнению указанной в команде операции; если при расшифровке команды выясняется, что участвующие в операции данные находятся, например, в ОЗУ, то МП выставляет на шину адреса адрес ячейки ОЗУ, хранящей эти данные, принимает их через ШД, затем выполняет операцию над данными. После выполнения текущей команды на ШД выдается адрес следующей команды и описанный процесс повторяется. К шинам МП подключено также устройство ввода – вывода.

С помощью устройства ввода в МП-систему вводится входная информация. Логические сигналы x_n подаются на устройство ввода непосредственно, аналоговые x_A – через АЦП. Ввод сигналов синхронизируется синхроимпульсом ЧтВВ (чтение устройства ввода-вывода).

Через устройства вывода результаты обработки данных передаются во внешние объекты управления. При этом выходные логические сигналы u_n подаются непосредственно с устройства вывода, выходной аналоговый сигнал u_A формируется с помощью ЦАП. Синхронизация работы устройства вывода производится сигналом ЗпВВ (запись в устройство ввода – вывода).

Взаимодействие МП с устройствами ввода-вывода происходит аналогично работе МП с блоком памяти.

Представленная на [рис.1.17](#) структура отражает *магистрально-модульный принцип* организации МП-системы. Отдельные блоки являются функционально законченными модулями. Межмодульные связи и обмен информацией между модулями осуществляются посредством коллективных шин (магистралей), к которым имеют доступ все основные модули системы. В каждый данный момент времени возможен обмен информацией только между двумя модулями системы. Это достигается за счёт разделения времени работы каждого модуля с МП.

Магистральный принцип построения сопряжения модулей (*интерфейса*) предполагает наличие информационно-логической совместимости модулей, которая реализуется за счёт единых способов представления информации, алгоритма управления обменом, форматом команд и способа синхронизации.

С дальнейшим развитием технологии микроэлектроники конструкция МП претерпевает изменения; появились МП с размещением на одном кристалле МП блоков памяти, схем синхронизации и интерфейсных схем, такие полупроводниковые БИС получили название однокристальных микроЭВМ (например, микросхемы серии К1816).

Скорость работы МП-системы существенно зависит от разрядности двоичных чисел, передаваемых по шинам от блока к блоку. Это определяется разрядностью шины данных. Первые МП-системы работали с четырехразрядными числами, современные – с 16- и 32-разрядными машинными словами. Время

выполнения команды определяется тактовой частотой задающего генератора и зависит от быстродействия применяемых ИМС, что, в свою очередь, определяется технологией их изготовления.

Сегодня электронной промышленностью предлагаются десятки разновидностей МП, и они непрерывно совершенствуются. По этой причине происходит периодическое обновление элементной базы цифровых устройств РЗА.

1.6.2. Структурная схема МП

Структуру МП рассмотрим на примере 8-разрядного МП ([рис.1.18](#)). Данная структура не является моделью какого-либо конкретного типа МП, но содержит типовые узлы, характерные для большинства МП [10].

Микропроцессор состоит из нескольких блоков: арифметико-логического устройства (АЛУ), регистров МП, схемы управления, внутренней шины данных.

АЛУ выполняет одну из главных функций МП – обработку данных. АЛУ имеет два входных порта, обозначенных как "Вход", и один выходной порт – "Выход". Оба входных порта имеют буферные регистры "Буф. рег.1" и "Буф. рег.2", которые предназначены для кратковременного хранения данных. Каждый порт соединен со своим буферным регистром, способным хранить для АЛУ одно слово данных. Два входных порта позволяют АЛУ принимать данные или с внутренней шины данных МП, или из специального регистра, именуемого аккумулятором. Единственный выходной порт АЛУ пересылает слово данных в аккумулятор. Аккумулятор предназначен для хранения слова данных, посланного в него из выходного порта АЛУ или извлеченного из памяти. Когда АЛУ складывает два слова данных, одно из них находится в аккумуляторе.

После выполнения сложения результирующее слово данных посылается в аккумулятор на хранение. Перечень функций АЛУ зависит от типа МП и различен для машин разных типов. Типичными операциями, выполняемыми АЛУ большинства МП, являются следующие: *сложение, вычитание, И, ИЛИ, Исключающее ИЛИ, НЕ, сдвиг вправо, сдвиг влево, приращение положительное, приращение отрицательное*.

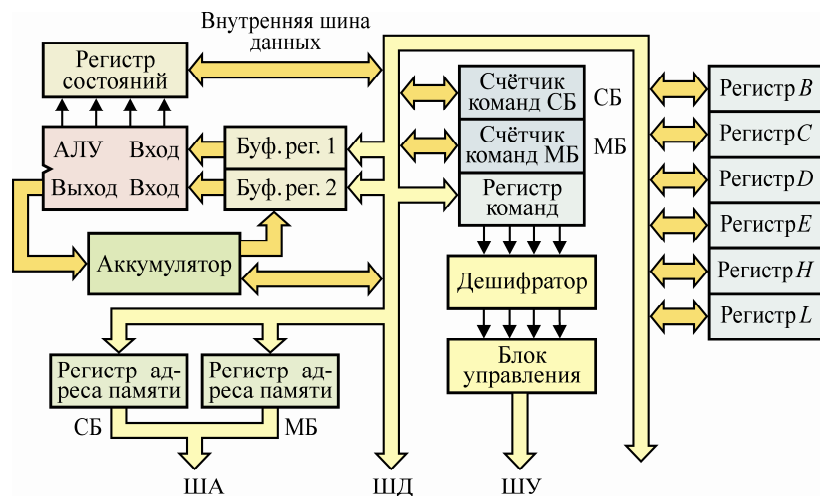


Рис. 1.18. Структура МП

Регистры МП. Главный регистр МП при различных операциях с данными – аккумулятор. Большинство арифметических и логических операций осуществляется с помощью АЛУ и аккумулятора. При любой из таких операций над двумя словами данных (операндами) одно размещается в аккумуляторе, другое – в памяти или каком-либо другом регистре. Результат операции АЛУ тоже поступает в аккумулятор, при этом исходное содержимое аккумулятора теряется. Аккумулятор участвует в операциях пересылки данных из одной части МП в другую. Информация часто пересылается между портом ввода-вывода и областью памяти, между двумя областями памяти. При этом пересылка данных, как правило, осуществляется в два этапа: сначала из источника в аккумулятор, затем в заданную область МП.

Некоторые действия над данными МП может выполнять непосредственно в аккумуляторе. Например, аккумулятор может быть установлен в нулевое или единичное состояние, путём записи нулей или единиц во все разряды аккумулятора. Содержимое аккумулятора можно сдвигать влево или вправо, производить операцию инверсии над его данными, а также выполнять другие операции.

При выполнении любой операции над данными первоначально их необходимо поместить в аккумулятор. Данные в аккумулятор поступают с внутренней шины данных, аккумулятор также может посылать данные в обратном направлении на внутреннюю шину данных. Количество разрядов аккумулятора соответствует длине слова МП (в рассматриваемом случае это 8 бит).

Счётчик команд. Программа МП – это совокупность команд, хранимых в памяти. Команды поступают в МП в строго заданном порядке. Счётчик команд предназначен для формирования адреса ячейки памяти. Число разрядов счётчика команд в два раза больше длины слова данных МП (в рассматриваемом случае это 16 бит).

Счётчик команд соединен с внутренней шиной данных МП. При необходимости этот регистр может получать данные об адресах ячеек памяти из любого блока МП, подключенного к шине.

В большинстве случаев данные поступают в счётчик команд из блока памяти.

Перед пуском программы в счётчик команд помещается начальный адрес команды программы. Адрес первой команды программы посылается через регистры адреса памяти на адресную шину МП, откуда адрес поступает в блок памяти, где считывается содержимое области памяти с указанным адресом. Этим содержимым является команда. Далее эта команда из блока памяти по внешней шине данных пересылается в специальный регистр МП, называемый регистром команд. После извлечения команды из памяти МП автоматически даёт приращение содержимому счётчика команд для получения адреса следующей команды. Это приращение счётчик команд получает в тот момент, когда МП начинает выполнять команду, только что извлеченную из памяти. Счётчик команд содержит адрес следующей команды на протяжении всего времени выполнения текущей команды.

Счётчик команд кроме описанного автоматического приращения содержимого может быть загружен любым адресом памяти при выполнении специальных команд условного и безусловного переходов, когда изменяется последовательность выполнения команд МП.

Регистр адреса памяти. Указанный регистр непосредственно формирует адрес ячеек памяти, или других устройств,

подключаемых к МП. Выход регистра адреса памяти называется *адресной шиной* и используется для формирования адресов областей памяти и, в некоторых случаях, для создания адресов портов ввода-вывода.

В течение *подцикла** выборки команды из памяти регистра адреса памяти и счётчика команд имеют одинаковое содержание. При выполнении текущей команды счётчик команд получает приращение, регистр адреса памяти приращения не получает. В течение подцикла выполнения команды содержимое адреса памяти зависит от выполняемой команды. Если в соответствии с командой МП должен произвести еще одно обращение к памяти, то в регистр адреса памяти записывается новый адрес. При других командах МП новой адресации не требуется и содержимое регистра памяти в этом случае не меняется.

Счётчик команд и регистр адреса памяти имеют одинаковое количество разрядов.

Поскольку регистр адреса памяти подключен к внутренней шине данных, он может загружаться от различных источников. Большинство МП располагают командами, позволяющими загружать этот регистр содержимым счётчика команд, регистра общего назначения или какой-либо области памяти. Некоторые команды предоставляют возможность изменять содержимое регистра адреса памяти путём вычислений: новое содержимое получается с помощью сложения или вычитания содержимого счётчика команд с числом, указанным в самой команде.

Регистр команд предназначен для хранения текущей выполняемой команды, причем эта функция реализуется автоматически с началом цикла "выборка-выполнение". Этот регистр соединён с внутренней шиной данных, но он только принимает данные, посылать их на шину он не может. Сигналы с выхода регистра команд подаются на дешифратор команд.

* Любая команда в МП-системе выполняется за один или более циклов работы МП, называемых *машинными циклами*. Каждый такой цикл содержит две *фазы* – фазу (или *подцикл*) *выборки* и фазу (или подцикл) *выполнения*. Каждый машинный цикл работы МП подразделяется на ещё меньшие отрезки времени, называемые *тактами*, которые используются для выполнения отдельных микроопераций команды.

При реализации цикла "выборка-выполнение" в течение подцикла "выборка" по адресу, формируемому на адресной шине МП, команда извлекается из области памяти и через внешнюю шину данных передается в регистр команд. После этого начинается подцикл "выполнение", в течение которого информация с регистра команд поступает в дешифратор команд, где дешифруется. Выход дешифратора связан со схемами управления, сигналы с выхода схемы управления определяют работу всех узлов МП при выполнении данной команды.

Регистр состояний. Каждый разряд регистра (рис. 1.19) содержит информацию, отражающую результат выполнения последней команды программы. Эта информация используется для организации условных переходов.

S	Z	0	AC	0	P	1	C
---	---	---	----	---	---	---	---

Рис. 1.19. Регистр состояний

Каждая ячейка регистра состояния физически представляет собой триггер (программисты часто называют его *флагом*). Предполагается, что бит регистра состояния равен **1**, если о нём говорится, что он установлен, и равен **0**, если сброшен. Входы регистра состояний связаны с выходами АЛУ, и вместе с формированием результата операции производится установка или сброс разрядов регистра состояний.

В данном регистре состояний отдельные биты имеют следующие значения (флаги): *C* – бит переноса (заёма); *S* – бит знака; *P* – бит паритета (чётности); *AC* – бит вспомогательного переноса; *Z* – бит нуля.

Бит переноса C устанавливается и сбрасывается командами сложения, вычитания, сдвига и логическими командами.

При выполнении операции сложения, если появляется единица переноса из старшего, седьмого разряда, бит переноса *C* устанавливается в **1**, если перенос не возникает, бит *C* сбрасывается в **0**, например, $11101110 + 11110000 = \underline{1}11011110$.

При вычитании двоичных чисел бит заёма указывает, нужно ли занимать единицу в старшем, 7-м разряде.

Бит знака S устанавливается в **0** при положительном результате вычислений, произведенных в АЛУ, его установка в **1**

происходит при отрицательном результате вычислений. Физически знак числа определяется значением старшего, 7-го разряда, если в старшем значащем разряде стоит **1**, то число отрицательное, если **0**, то число положительное. Таким образом, старший значащий разряда результата выполненной АЛУ операции запоминается в бит знака *S* регистра состояний.

Бит признака нуля Z фиксирует случай появления в АЛУ после выполнения какой-либо операции нулевого результата, при этом бит устанавливается в **1**, в противном случае бит устанавливается в **0**.

Бит паритета (чётности) P устанавливается в **1**, если в результате операции общее число единиц является чётным. Например, если результат выполнения представляет собой значение 011001010, то здесь имеется 4 единицы и $P=1$. Признак чётности, как правило, используется для контроля на чётность данных при их передаче. Это позволяет выявить ошибки, которые при этом могут возникнуть.

Бит АС вспомогательного переноса устанавливается в **1**, если в АЛУ происходит перенос из 3-го разряда в 4-й разряд. Этот признак используется при сложении чисел в двоично-кодированной десятичной системе.

Не все биты регистра состояний используются МП. В неиспользуемые разряды регистра состояний записываются значения **0** или **1**. В нашем примере в разряды 3 и 5 записан **0**, в разряд 1 записана **1**.

Регистры общего назначения (РОН) обозначены латинскими буквами *B, C, D, E, H, L* (рис. 1.18) и предоставляются в распоряжение программиста. Так как РОН аппаратно выполнены в БИС самого МП, то команды обмена информацией с ними выполняются за 2 или 3 машинных цикла, т.е. РОН обладают более высоким быстродействием, чем любая другая память, к которой может обращаться МП. Часто говорят, что РОН выполняет функции сверхоперативного запоминающего устройства.

Регистры *H* и *L* могут выполнять функции 16-разрядного регистра специального назначения. В этом случае регистры *H* и *L* называются *регистровой парой HL*. Как правило, при написании программ в регистровой паре хранятся адреса ячеек памяти, к которым должен обращаться МП.

Буферные регистры АЛУ предназначены для временного хранения данных. В регистр "Буф.рег.1" на временное хранение поступают данные с внутренней шины МП. Необходимость в данном регистре вызвана отсутствием в АЛУ своего запоминающего устройства.

Если на вход этого регистра данные могут поступать только с внутренней шины данных МП, то на вход регистра "Буф.рег.2" данные могут поступать, кроме того, с выхода аккумулятора. Второй буферный регистр позволяет избежать ситуации, при которой вход и выход АЛУ одновременно подсоединены в одной и той же точке схемы. Буферные регистры АЛУ недоступны программисту для использования.

Схемы управления МП. Роль схем управления в МП заключается в поддержании требуемой последовательности функционирования его звеньев. Блок управления МП связан со всеми узлами МП и с внешними блоками памяти и ввода-вывода.

Одна из главных функций схем управления – декодирование команды, находящейся в регистре команд, посредством дешифратора команд. Одной из важных входных линий блока управления является линия связи с генератором тактовых импульсов. В качестве источника тактовых импульсов используется кварцевый генератор – внешний, или внутренний, встроенный в МП.

Принимаемые тактовые сигналы схемы управления преобразуются в синхросигналы. Синхросигналы определяют моменты выполнения операций в МП-системе, т.е. создают временную базу функционирования. Период сигналов синхронизации определяет производительность МП.

Блок управления МП также формирует характерные для многих типов МП синхросигналов управления внешним блоком памяти и устройствами ввода-вывода: ЧтЗУ, ЗпЗУ, ЧтВВ, ЗпВВ.

Помимо указанных выше функций, блок управления МП выполняет некоторые другие специальные функции, такие, как управление процессами прерывания, захвата шин и другие.

Внутренняя шина данных микропроцессора. Её функция – связь между блоками МП. Она содержит 8 проводников, по каждому из них передается один разряд. Шина данных – двунаправленная шина. Передача информации осуществляется с разделением по времени. Каждый блок МП всегда подключён к внут-

ренной шине данных, но воспользоваться ею может только после получения соответствующего сигнала от блока управления.

Для лучшего понимания работы внутренней шины данных и всего МП рассмотрим последовательность действий, возникающих при операции сложения содержимого регистра B (число $X1$) с содержимым аккумулятора (число $X2$).

Исходное состояние. Числа $X1$, $X2$ находятся в регистре B и аккумуляторе (см. рис.1.18), причём ни один из этих регистров не соединён через внутреннюю шину данных с другими блоками, так как соответствующие сигналы от блока управления отсутствуют. В регистре команд содержится код команды "сложение".

При выполнении команды "сложение" содержимое аккумулятора подается в "Буф.рег.2". Данные, размещённые в регистре B , подаются на внутреннюю шину данных МП. Далее число $X1$ подается в "Буф.рег.2" через внутреннюю шину данных. На этом такте работы сигналами блока управления активированы только упомянутые блоки МП. На следующем такте работы происходит работа АЛУ по сложению чисел $X1$ и $X2$. Через выходной порт результат сложения помещается в аккумулятор. Регистр состояния принимает значение, соответствующее результату сложения.

В конце операции все блоки, участвующие в ней, отключаются от внутренней шины данных. Шина данных свободна для следующих операций.

Поскольку для связи с внешними устройствами рассматриваемый МП имеет три шины: шину данных, адресную шину, шину сигналов управления (шину управления) – это МП с трёхшинным построением. Существуют МП, у которых шины данных и адреса совмещены. Информация о данных и адресах в таких МП передается с разделением во времени. Этот тип МП имеет двухшинное построение.

1.6.3. Полупроводниковые запоминающие устройства

Классификация запоминающих устройств. Для хранения небольшого количества двоичных слов могут использоваться триггеры и регистры. Для запоминания большого массива двоичной информации применяются большие интегральные схемы (БИС) – БИС памяти.

По режиму занесения информации запоминающие устройства делятся на два класса: оперативные – ОЗУ, у которых как запись, так и считывание являются рабочими режимами; постоянные – ПЗУ, у которых рабочим режимом является только считывание, а запись информации осуществляется особым образом до включения БИС в работу.

ОЗУ в зависимости от способа хранения информации делятся на два типа: *статические* ОЗУ, ячейки которых выполнены на основе триггерных схем, сохраняющих записанную в них информацию в течение всего времени подачи напряжения питания; *динамические* ОЗУ, в которых для хранения информации используются инерционные свойства ёмкости конденсаторов, что требует периодического восстановления (регенерации) состояния элементов.

ПЗУ в зависимости от способа записи информации делятся на три класса:

- 1) *масочные*, программирование которых производится с помощью специальной маски при изготовлении микросхем;
- 2) с *однократным программированием*, осуществляемым пользователем с помощью программаторов;
- 3) ППЗУ, программирование которых осуществляется пользователем многократно, причем стирание информации может производиться либо с помощью ультрафиолетовых лучей, либо электрическими импульсами.

Программы, определяющие алгоритмы функционирования МП-систем, хранятся в ПЗУ или ППЗУ. ОЗУ предназначены для хранения промежуточных результатов работы программы.

Для микропроцессорных систем характерно использование памяти на МОП-транзисторах со статическим и динамическим способами хранения информации. Статическая память проще по построению схемы, что особенно проявляется в запоминающих устройствах небольшого объёма. На БИС динамической памяти строятся запоминающие устройства большой ёмкости.

Оперативные запоминающие устройства. Информация, предназначенная для запоминания, хранится в накопителе БИС ОЗУ – матрице, составленной из элементарных *ячеек памяти* (ЯП) (рис.1.20). Каждая ЯП имеет номер, называемый адресом, адрес ЯП представляется адресами строки S_i и столба K_j .

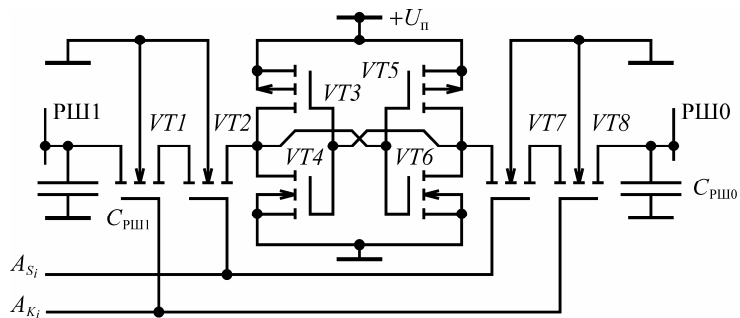


Рис. 1.21. Статическая ячейка памяти

шины PШ1 возникает ток разряда ёмкости $C_{PШ1}$, одновременно являющийся признаком считанной **1** для усилителя чтения.

В режиме *записи информации* на разрядные шины PШ1, PШ0 с усилителя записи подаются парафазные сигналы, например, при записи **0** на PШ0 устанавливается низкий уровень напряжения, на PШ1 – высокий. Затем на адресные шины A_{Si} , A_{Ki} подаются сигналы **1**. Транзисторы VT1, VT2, VT7, VT8 открываются, а транзистор VT4 закрывается, так как на затворе его низкий уровень напряжения. На затворе транзистора VT6 появляется высокий уровень напряжения, который его открывает.

В динамической ячейке памяти на КМОП-структурах (рис. 1.22) хранение информации осуществляется с помощью ёмкостей $C1$, $C2$, подключённых к затворам полевых транзисторов VT3, VT4. Сопротивление цепи сток–исток закрытого транзистора велико ($10^9 \dots 10^{10}$ Ом), сопротивление цепи затвор–исток также велико (порядка 10^{14} Ом), поэтому заряд на ёмкости может сохраняться в течение 2...20 мс.

В режиме считывания и записи процессы в данной ячейке аналогичны режимам ячейки статической памяти.

В режиме хранения, например **1**, на ёмкости $C1$ присутствует положительное напряжение, поэтому транзистор VT3 открыт, на ёмкости $C2$ напряжение близко к нулю и транзистор VT4 закрыт. В таком режиме напряжение на ёмкости $C1$ с течением времени уменьшается. Регенерация напряжения осуществляется подачей **1** на цепи PШ1, PШ0, A_{Si} , A_{Ki} . При этом транзисторы VT1

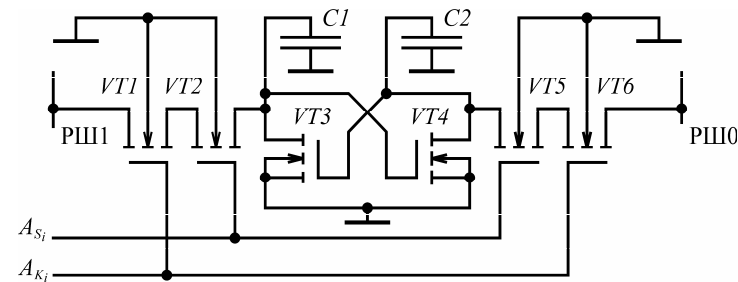


Рис. 1.22. Динамическая ячейка памяти

и VT2, VT5 и VT6 открыты и происходит подзаряд ёмкости $C1$ до максимального напряжения. Ёмкость $C2$ не заряжается, так как она блокирована открытым транзистором VT3.

Условное обозначение БИС ОЗУ показано на рис. 1.23.

Основные параметры ОЗУ. Основными характеристиками БИС ОЗУ являются *ёмкость памяти* и *быстродействие*.

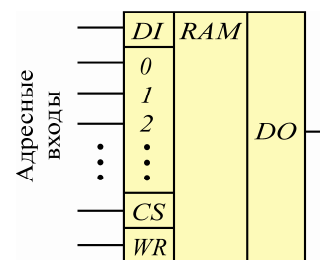


Рис. 1.23. БИС ОЗУ

Количество информации, которое может храниться в ОЗУ, называется его ёмкостью. Ёмкость можно выразить числом ячеек N с указанием разрядности n хранимых в них слов в форме $N \times n$ (например, $256 K \times 8$) либо определять произведением N и n , бит, т.е. $M = N \cdot n$ (16 М или 16384 К).

Быстродействие ОЗУ определяют два временных параметра:

- время выборки $t_{\text{выб}}$, представляющее собой отрезок времени между моментом подачи сигнала выборки (адрес или WR) и появлением считанных данных на выходе;

- длительность цикла записи $t_{\text{ц. зап}}$ – минимально допустимое время между моментом подачи сигнала выборки при записи и моментом, когда допустимо последующее обращение к БИС.

ПЗУ с масочным программированием. В этих ПЗУ необходимая информация, подлежащая запоминанию, фиксируется в ходе технологического процесса изготовления БИС с использованием маскирующих фотошаблонов. ПЗУ этого класса приме-

няется при массовом производстве, так как изготовление масок для БИС частного применения обходится весьма недёшево.

ПЗУ с однократным программированием. Принцип действия ячейки памяти данного класса основан на физических процессах, позволяющих необратимо изменять электрическое сопротивление двухполюсника.

Бит информации, хранящейся в ячейке с однократным программированием, определяется наличием или отсутствием плавкой перемычки в результате пережигания.

В режиме считывания хранимое значение запоминающего элемента определяют по значению тока, протекающего через перемычку. При наличии перемычки ячейка хранит значение **1**, а после пережигания – **0**. В качестве плавких перемычек широко применяются тонкие плёнки из нихрома или поликристаллического кремния. Сопротивление перемычки составляет примерно 10 Ом. В режиме программирования через перемычку пропускается импульсный ток 20...100 мА, в результате чего перемычка необратимо разрушается. Изготовленные на заводе такие БИС памяти содержат перемычки во всех разрядах.

Для создания БИС памяти большой ёмкости используют запоминающую матрицу из элементарных ячеек памяти, объединённых системой координатных шин. Для того чтобы выходной сигнал блока БИС памяти отражал состояние перемычки запоминающей ячейки, выполняется развязка между ячейками, подключёнными к одной и той же выходной шине. Обычно для этого используются диоды (рис. 1.24, а) или транзисторы (рис. 1.24, б).

Последовательность работы элементов схемы при пережигании перемычек в матрице иллюстрируется схемой рис. 1.25.

В режиме хранения и считывания информации на выходной каскад выхода одного разряда БИС Q_i подается напряжение $+U_n$, равное +5 В. При этом напряжении питания стабилитрон $VD1$ закрыт, вследствие этого закрыт транзистор $VT1$. Выходной сигнал Q_i определяется состоянием перемычек в эмиттерах транзисторов, управляемых сигналами $X1, X2, \dots$. Ток перемычек в этом режиме недостаточен для их прожигания.

В режиме программирования напряжение U_n увеличивается до 12 В, стабилитрон $VD1$ открывается, через него протекает ток, которым открывается транзистор $VT1$. Общее сопротивление цепи

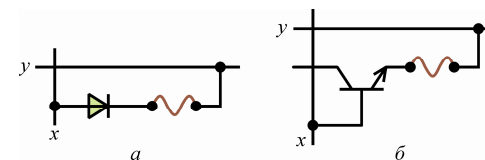


Рис. 1.24. БИС памяти с пережигаемыми перемычками:
а – с диодной развязкой; б – с транзисторной развязкой

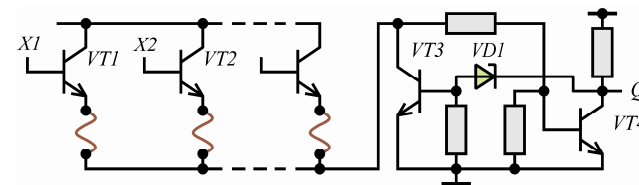


Рис. 1.25. Выходные цепи ПЗУ с однократным программированием

перемычек уменьшается за счёт малого сопротивления цепи коллектор–эмиттер открытого транзистора. В этом случае ток в цепи перемычек становится достаточным для их прожигания.

Перепрограммируемые ПЗУ. В настоящее время широкое применение получили перепрограммируемые БИС памяти на МОП-транзисторах с плавающим затвором с использованием эффекта лавинной инжекции (ЛИПЗ МОП). БИС ПЗУ этого класса могут быть двух типов: со стиранием ультрафиолетовыми лучами и со стиранием электрическим сигналом.

Транзистор с плавающим затвором – МОП-транзистор, затвор которого помещен в толщу диоксида кремния и не имеет обычного металлического вывода (рис. 1.26, а). В качестве материала затвора используется тугоплавкий молибден или поликристаллический кремний.

Если на плавающем затворе находится заряд отрицательный для транзистора с каналом p -типа и положительный – с каналом n -типа, то транзистор находится в открытом состоянии, что эквивалентно запоминанию **0**. Когда заряд на затворе отсутствует, то транзистор закрыт, это эквивалентно запоминанию **1**.

Считывание информации с транзистора сводится к определению его проводимости. Благодаря низкой проводимости диок-

сида кремния заряд на затворе может сохраняться длительное время.

Для занесения в транзистор **0** (режим записи) к p - n -переходу сток–подложка прикладывается напряжение 24...26 В, смещающее переход в обратном направлении. В результате лавинного пробоя часть носителей приобретает энергию, достаточную для преодоления энергетического барьера между подложкой и диэлектриком. Инжектированные из подложки носители дрейфуют в диэлектрике к плавающему затвору и накапливаются в нём. В транзисторе с n -проводимостью в затворе накапливаются электроны. Вероятность инжекции электронов существенно выше, чем дырок, поэтому обычно применяются МОП-транзисторы с индуцированным p -каналом.

Для записи в транзистор **1** (режим стирания) необходимо разрядить плавающий затвор путем облучения поверхности кристалла транзистора ультрафиолетовыми лучами в течение 30 мин. За счёт ионизации диоксида кремния затвор разряжается по пути затвор–кристалл. Микросхемы имеют прозрачное окно из кварцевого стекла для прохождения ультрафиолетовых лучей.

Схема подключения запоминающего МОП-транзистора с плавающим затвором к координатным шинам матрицы БИС изображена на рис. 1.26, б, где вспомогательный транзистор VT1 предназначен для выбора основного транзистора VT2.

К недостаткам БИС памяти с ультрафиолетовым стиранием относятся необходимость специального оборудования и большая продолжительность процесса облучения ультрафиолетовыми лучами при стирании информации.

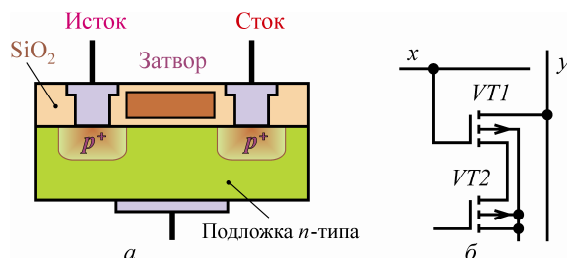


Рис. 1.26. МОП-транзистор с плавающим затвором: а – структура; б – схема включения

Отмеченные недостатки преодолены в БИС памяти, построенной на МОП-транзисторах с двойным затвором, в которых возможны электрическая запись и стирание. Такой транзистор содержит плавающий и управляющий затворы (рис. 1.27).

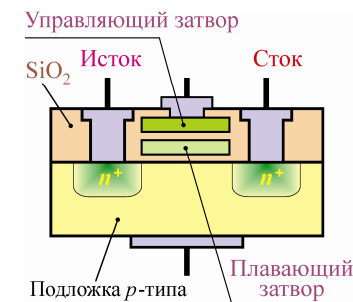


Рис. 1.27. МОП-транзистор с двойным затвором

В транзисторе плавающий затвор изолирован от управляющего затвора и подложки слоем диоксида кремния. Если плавающий затвор транзистора заряжен положительно, то на поверхности полупроводника под затвором индуцируется инверсный канал, который может иметь небольшое сопротивление, такое состояние эквивалентно **0**. Отрицательно заряженный затвор закрывает транзистор, что соответствует **1**.

Для занесения **1** (режим записи) используется низковольтный пробой стокового p - n -перехода, когда осуществляется инжекция электронов в плавающий затвор и перевод его в отрицательно заряженное состояние. Для занесения **0** (режим стирания) на сток подается напряжение +36 В, на управляющий затвор –40 В, а на кристалл –5 В. В результате происходит поверхностный пробой истокового p - n -перехода и генерация электронно-дырочных пар, а электрическое поле между истоком и управляющим затвором вызывает инжекцию дырок в плавающий затвор.

1.6.4. Хранение изменяемой при эксплуатации информации

Для хранения уставок и иных параметров, которые приходится изменять в процессе эксплуатации аппаратуры релейной защиты, используются БИС ППЗУ, допускающие многократное изменение информации.

До появления таких микросхем уставки хранились либо в аналоговом виде, как некое регулируемое напряжение $U_{уст}$, которое формируется из опорного $U_{оп}$ (рис. 1.28, а), либо в ОЗУ с независимым источником питания (рис. 1.28, б) [2]. Хранение

информации в виде потенциала, снимаемого с регулируемого делителя напряжения и затем считываемого через тракт АЦП, – одно из ранних решений. Основной недостаток этого способа – невозможность дистанционного изменения уставки, что недопустимо при работе реле в составе АСУ ТП*.

Следующий способ – хранение уставок в ОЗУ, имеющем резервное питание от встроенного источника питания *G1*, когда применяются ИМС с незначительным потреблением и литиевые батареи, со сроком службы 5...6 лет. Но здесь необходим периодический контроль резервного питания и замена источника.

В период эксплуатации запоминающие устройства, как и любые другие элементы, могут повреждаться или терять информацию, например, под воздействием ионизирующих излучений. Для обнаружения потери информации применяются следующие способы [2].

При проверке ОЗУ в его ячейки поочередно записывают нули и единицы, затем анализируют получающиеся при считывании результаты.

В ПЗУ, где данные размещаются в ячейках памяти, последовательно выполняют формальное суммирование всех чисел этого массива данных, а контрольную сумму помещают в определенную ячейку. В режиме тестовой проверки ПЗУ компьютер рассматривает его как объект исследования, выполняет подсчет суммы фактических чисел, хранящихся в ячейках, и сравнивает с контрольной суммой (рис. 1.28, в).

В ППЗУ имеется возможность восстановления утерянной информации. Для этого такие важные массивы информации, как уставки, дублируются в разных микросхемах памяти. Одновременное повреждение цифровой информации в двух микросхемах маловероятно, поэтому имеется возможность восстановить информацию перезаписью содержимого неповрежденного массива на место поврежденного.

Применение ППЗУ особенно актуально для устройств релейной защиты, рабочая программа которых должна изменяться в процессе эксплуатации. В настоящее время уже используются

* В настоящее время таким способом в ряде случаев осуществляется контроль уровня питающих напряжений.

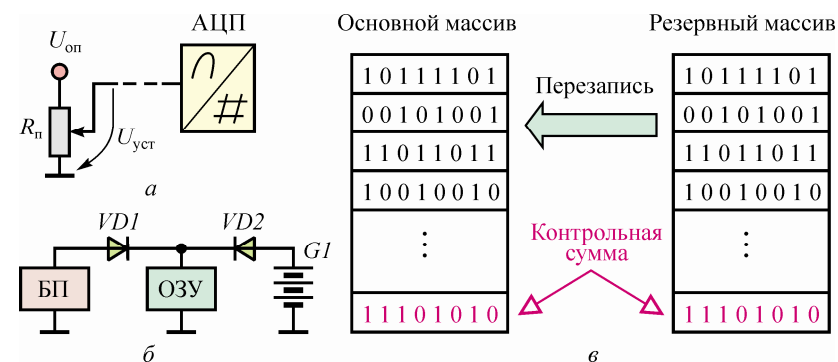


Рис. 1.28. Способы хранения информации:
 а – с помощью опорного напряжения;
 б – с использованием резервного источника;
 в – дублированием в резервном массиве

комплектные устройства, в которых нужные функции защиты выбираются пользователем из библиотеки стандартных функций. Логическая часть таких устройств релейной защиты создается пользователем из базовых логических функций **И**, **ИЛИ**, **НЕ**, **Запрет** и т.д. Рабочая программа защиты, записанная в ППЗУ, не теряется как при кратковременных перерывах напряжения питания, так и в обесточенном состоянии.

1.7. ИНТЕРФЕЙСЫ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

1.7.1. Интерфейсы периферийного оборудования

При построении МП-системы необходимо не только обеспечить связь элементов системы между собой, но и с внешними устройствами. *Ввод-вывод* называется передача информации между МП-системой и *периферийными* (внешними) устройствами. В качестве периферийных устройств могут применяться такие приёмники и источники цифровой информации как терминалы, измерительные датчики, разнообразные исполнительные устройства.

Устройства ввода-вывода подключаются к МП посредством шин ША, ШД и ШУ (рис. 1.29). Количество линий, используемых для организации ввода-вывода и для блоков памяти (сис-

темных шин), может быть различным. Как правило, периферийные устройства не могут непосредственно подключаться к системным шинам, вместо этого они подключаются к ним через согласующие устройства, называемые *интерфейсом ввода – вывода*.

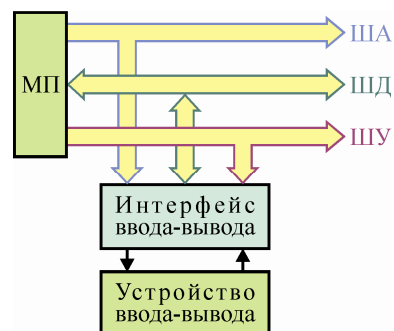


Рис. 1.29. Подсистема ввода – вывода

В узком смысле под интерфейсом понимают устройства сопряжения, в широком – совокупность программных, аппаратных и конструктивных средств МП-системы, с помощью которых её компоненты объединяются для реализации алгоритма.

В нашем случае интерфейс ввода-вывода управляет действиями периферийного устройства в соответствии с командами МП, преобразуя внутренние данные в форматы, требуемые для конкретных устройств, и выполняет обратное преобразование.

Периферийные устройства часто размещаются отдельно от МП, а интерфейс почти всегда объединяется с МП и памятью. Иногда интерфейс и устройство ввода-вывода объединены и невозможно провести разделительную грань между ними.

Интерфейсы периферии представляют самый большой класс систем сопряжения из-за широкой номенклатуры и разнообразия периферийной аппаратуры. По своему функциональному назначению они могут быть разделены на группы радиальной структуры (схема сопряжения "точка – точка") и магистральной структуры ("многоточечное" подключение) [11]. Системы сопряжения первой группы составляют так называемые *малые интерфейсы*, применяемые для сопряжения исполнительных механизмов ввода-вывода с микропроцессорными контроллерами.

Для *параллельной передачи данных* в микропроцессорных системах часто используется стандартный параллельный интерфейс ИРПР (рис. 1.30).

Большое число устройств ввода-вывода требует различной логической организации ИРПР, в связи с чем стандартизируются двухуровневые ИРПР для конкретного вида устройств – ИРПР-М.

При использовании этого типа интерфейса данные пересылаются в МП и обратно аналогично тому, как это происходит при обмене информацией между МП и памятью. При параллельном обмене обеспечивается высокая скорость передачи данных, ограничиваемая только быстродействием внешнего устройства. Но параллельный интерфейс требует достаточно сложного тракта передачи сигналов, включающего $n+1$ проводник для одного n -разрядного передаваемого слова данных.

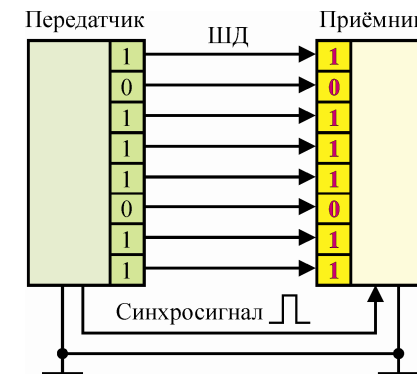


Рис. 1.30. Параллельный обмен

Однако высокая скорость параллельного интерфейса способствуют его широкому распространению при обмене данными между внешними устройствами и микропроцессором. Современные микроЭВМ оснащены широким набором универсальных параллельных интерфейсов. Существуют параллельные интерфейсы и в виде отдельных БИС (например, ИМС типа К580ВВ55).

Для минимизации аппаратных затрат обмен данными параллельными кодами применяется только на небольших расстояниях. В остальных случаях, особенно при медленной скорости передачи данных, реализуется *последовательный интерфейс*, обеспечивающий меньшие затраты на канал связи, лучшую синхронизацию и более высокую помехоустойчивость.

Принцип работы последовательного интерфейса заключается в следующем. В начале *последовательной передачи данных* их источник загружает информацию в регистр сдвига с параллельной записью (рис. 1.31, а) и запускает схему тактирования, вырабатывающую тактовые синхроимпульсы, и счётчик. Далее каждым тактовым импульсом информация сдвигается на одну позицию вправо и поступает на линию данных. Приёмник состоит из регистра сдвига, счётчика и логического преобразователя. После того, как счётчик регистрирует поступление нужного количества тактовых сигналов, он может инициировать параллельную передачу данных из регистра сдвига в буферный.

Наиболее распространенной является асинхронная передача данных (рис. 1.31, б). Для её функционирования необходимо, чтобы выполнялись следующие условия:

- а) оба генератора должны работать на одинаковой частоте;
- б) приёмник должен быть информирован о начале передачи;
- в) перед началом передачи очередного пакета данных должно быть "выделено" время для начальной установки приёмника.

Для выполнения первого условия устанавливается ряд стандартов обмена, определяющих в первую очередь скорость передачи, которая измеряется в *бодах* – количеством бит, передаваемых за секунду. Стандартные скорости передачи: 1200, 2400, 4800, 9600 бод и т.д. В настоящее время скорость стандартизирована до 2,5 Гбайт/с и более. Два других условия функционирования

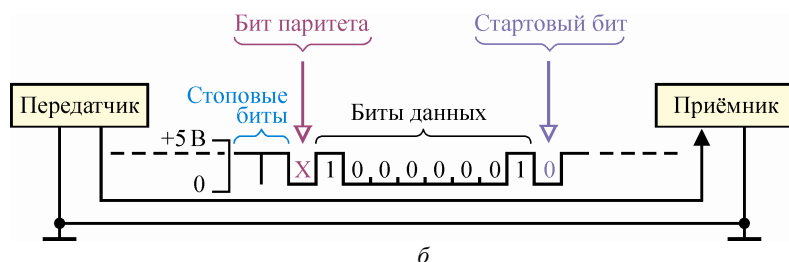
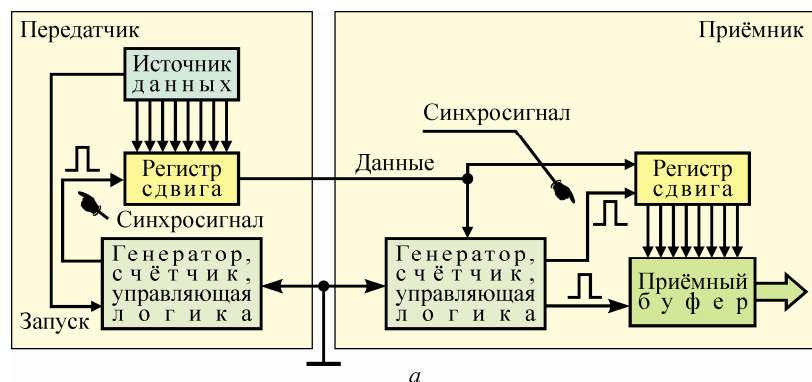


Рис. 1.31. Последовательный обмен:

а – схема последовательной передачи данных;
б – формат данных при асинхронной передаче (данные, соответствующие букве А в коде ASCII с чётным паритетом, представленные уровнями логических сигналов ТТЛ-микросхем)

вания асинхронных систем передачи данных обуславливают стандартную компоновку блоков передаваемых данных (формат передаваемых данных). Блок содержит биты данных, пересылка каждого элемента данных начинается и заканчивается соответственно стартовыми и стоповыми битами (см. рис. 1.31, б)*. При этом обеспечивается следующая очередность событий:

- а) состояние покоя со значением стандартной 1;
- б) один *стартовый* бит со значением стандартного 0;
- в) 7 или 8 бит данных, начиная с младшего;
- г) один бит *чётности* (бит *паритета*);
- д) один или два *стоповых* бита;
- е) следующий стартовый бит со значением 0.

Бит паритета по договоренности устанавливается передатчиком в состояние 1, если в слове данных нечётное число единиц, и используется "чётный" паритет. И, наоборот, в случае договоренности о работе с "нечётным" паритетом, биту паритета присваивается нулевое значение. Таким образом, используя бит паритета, приёмник способен обнаруживать единичные сбои при передаче данных. Сообщение всегда оканчивается передачей стоповых битов, которые, по сути, определяют минимальный интервал между передачей отдельных слов данных.

1.7.2. Интерфейс с токовой петлей

При использовании *токовой петли* (стандарт ИРПС) линия связи представляет собой пару проводов, образующую цепь, которая содержит переключаемый источник тока и приёмник. Токи более 17 мА служат в такой схеме для представления 1, а токи меньше 2 мА – для представления 0. Эти уровни относятся к так называемой "токовой петле 20 мА".

Интерфейсы такого типа широко применяются, поскольку позволяют осуществить связь на расстояниях до 500 м без использования модемов. Их отличительной особенностью является гальваническая развязка передающей и приёмной сторон.

* В телекоммуникационных системах пакет информации может быть очень "длинным" (Frame Relay – до 2000 бит). Кроме указанного, он содержит флаги и несколько других служебных битов (например, адрес отправителя, способ передачи и т.п.) [11].

Передачики и приёмники, в свою очередь, могут быть как *активными* (рис.1.32, а), так и *пассивными* (рис.1.32, б), в зависимости от того, где находится источник тока для петли передачи данных.

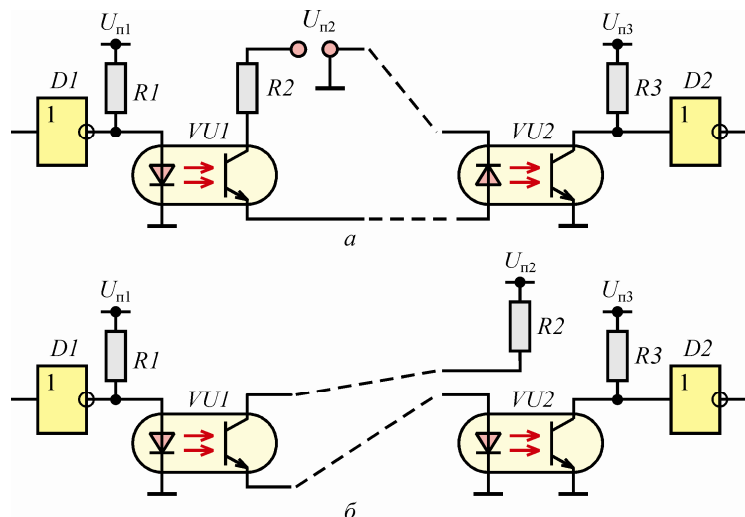


Рис.1.32. Токовая петля: а – активный датчик; б – активный приёмник

1.7.3. Интерфейс распределённых МП-систем

Интерфейсы распределённых микропроцессорных систем предназначены для интеграции средств обработки информации, размещённых на значительном расстоянии. Они представляют собой последовательные каналы. Средой распространения сигналов могут быть витые пары, коаксиальные кабели и волоконно-оптические линии связи.

Существуют несколько стандартов на каналы последовательной передачи данных. Стандарты различаются скоростью обмена, организацией обмена, длиной линий связи и т.д.

Наиболее распространён в России интерфейс, имеющий в качестве среды распространения телефонные каналы (каналы тональной частоты), имеющие рабочую полосу частот до 3400 Гц. Стандарт **RS-232C**, применяемый в IBM-совместимых

компьютерах, применяется для передачи данных по некоммутируемому и коммутируемому каналам связи. Он предполагает наличие цепей общего назначения серии 100 (для передачи сигнальных данных) и цепи автоматической установки серии 200. Для таких интерфейсов используется 25-контактный разъём, каждый вывод которого закреплён за определённым сигналом. Интерфейс **RS-232C** допускает и упрощённый вариант связи, когда используется 9 сигналов. В этом случае применяется 9-контактный разъём.

Электрические уровни сигналов, используемых в процессе обмена информацией, имеют двухполярный характер: **0** соответствует напряжению от +3 до +25 В, **1** – напряжение от –3 до –25 В (рис.1.33). Сопротивление нагрузки – 3...7 кОм. Преобразование ТТЛ-уровней в уровни сигналов интерфейса **RS-232C** и наоборот осуществляется специальными ИМС драйвера передатчика (линии) и приёмника.

Интерфейс **RS-232C** может применяться так, как и интерфейс периферийного оборудования, осуществляя обмен данными без модема на расстоянии до 15 м. В таком режиме работает "короткозамкнутая петля", когда периферийное устройство не имеет полного обеспечения для выработки сигналов управления. Эти сигналы формируются установкой переключателей в стандартном разъёме [11].

В ряде микропроцессорных реле порт последовательной связи выполнен в стандарте **RS485**. В этом стандарте используются сигналы с уровнями: **0** $\Rightarrow$ 0 В, **1** $\Rightarrow$ +5 В. Стандарт **RS485** требует

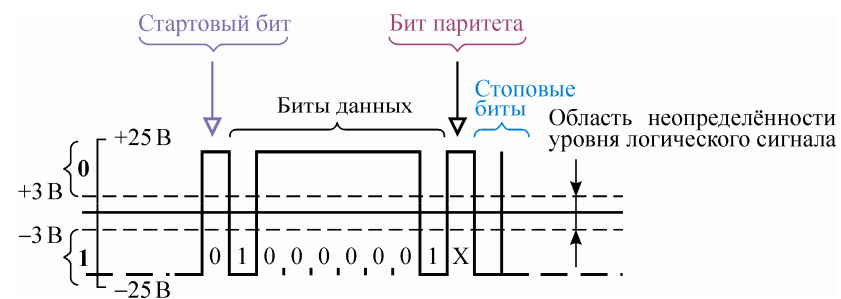


Рис.1.33. Пакет данных на сигнальных линиях интерфейса **RS-232C** (буква А в коде ASCII с чётным паритетом)

симметричного канала в виде так называемой витой пары, обеспечивает связь сегментами длиной до 1200 м с возможностью подключения до 32 узлов на сегмент. Сопротивление нагрузки не должно быть менее 60 Ом. В указанных условиях максимальная скорость обмена достигает 10 Мбит/с.

1.7.4. Проводные каналы связи

Передача импульсов по проводной линии связи с ограниченной полосой пропускания $\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$ сопровождается задержкой $\tau_{\text{зд}}$ и искажением формы импульса за счёт времени нарастания $\tau_{\text{нар}}$ фронта (рис. 1.34).

Для практических целей можно применять следующее соотношение между предельной скоростью передачи импульсов $V_{\max}$ (измеренной в бодах) и полосой пропускания канала Δf , Гц [2]:

$$V_{\max} \leq 2\Delta f.$$

Очевидно, что канал с узкой полосой пропускания ограничивает скорость обмена. Например, передача информации по телефонной линии с полосой $\Delta f = 3400$ Гц ограничивает скорость значением 6800 бод.

Для передачи импульсных сигналов по телефонным линиям, рассчитанным на передачу аналоговых тональных сигналов, используют модемы. Модем обеспечивает преобразование импульсных сигналов в тональные сигналы путем модуляции несущей частоты. Современные модемы обеспечивают полнодуплексную связь, т.е. передачу информации по одному телефонному каналу одновременно в обоих направлениях. Например, при передаче в одном направлении используется несущая частота 1200 Гц, а в другом – 2400 Гц. Иногда взамен амплитудной модуляции используется частотная или фазовая модуляция. Перспективной является так называемая *фазовая манипуляция*. В этом случае изменение фазы осуществляют после передачи двух бит информации: $00 \Rightarrow 0$ град. эл., $01 \Rightarrow 90$ град. эл., $10 \Rightarrow 180$ град. эл., $11 \Rightarrow -90$ град. эл. Фазовая манипуляция как бы снижает эквивалентную скорость передачи и способствует повышению пропускной способности канала.

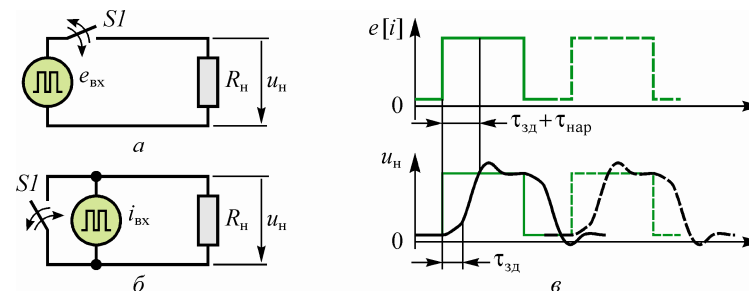


Рис. 1.34. Передача сигнала по проводной линии:
а – импульсом тока; б – импульсом напряжения;
в – искажение формы передаваемых импульсов

При передаче информации по последовательному каналу связи применяют различные способы проверки достоверности полученной информации. Это и сверка битов паритета с числом единиц в отдельных символах, и сверка суммы кодов всех символов, входящих в сообщение, с контрольной суммой этих кодов, передаваемой в конце сообщения. Этим исключается неправильное "чтение" информации приёмником. Но при большом уровне электромагнитных помех скорость передачи информации по электрическим линиям связи падает, так как искажённое сообщение приходится повторять. По этой причине в условиях электростанций и подстанций предпочтительной альтернативой электрическим линиям связи становятся оптоволоконные линии связи.

1.7.5. Оптоволоконные каналы передачи информации

Оптические системы связи стали развиваться в начале 70-х годов XX века. Им предшествовало появление в начале 60-х годов лазера, который оказался мощным инструментом, пригодным для передачи информации. Однако естественная среда – атмосфера, в которой проще всего передавать информацию, – оказалась нестабильной для организации связи в оптическом диапазоне. Требовался более качественный проводник светового потока. Развитию оптоволоконных систем способствовало отлаженное к этому времени производство высокой степени чистоты кремния, необходимого для получения высококачественного

высококачественного кварцевого стекла. Начиная с 1978 г., оптоволоконные системы начали использоваться и для коммерческих целей [2].

Основными элементами системы передачи информации с использованием оптоволоконного канала связи являются оптический излучатель $VD1$, *световод* и фотоприемник $VT1$ (рис. 1.35). В качестве излучателей используются полупроводниковые светодиоды или твердотельные диодные лазеры [2]. В отличие от диффузионных светодиодов, лазеры являются источниками когерентного излучения. Обычно используется излучение из инфракрасной области невидимого спектра с длиной волны 800 нм. В качестве детекторов используются *pin*-диоды и фототранзисторы. Последние являются высококачественными оптическими детекторами со временем переключения в несколько наносекунд.

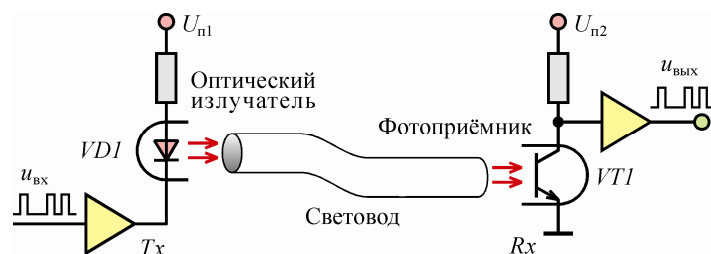


Рис. 1.35. Оптоволоконный канал связи

Движение света вдоль криволинейного световода происходит при многократном внутреннем отражении луча на границе волоконной структуры световода и оболочки.

Оптоволоконный кабель является сложным элементом системы передачи информации, где кроме обеспечения минимальных потерь энергии достаточно много внимания уделяется защите световода от внешних воздействий. Существует несколько типов оптоволоконных кабелей. Самым дешёвым является волокно со ступенчатым изменением коэффициента преломления. Часто для этой цели используется оптически прозрачная пластмасса. Минимальные потери в пластмассовом волокне наблюдаются в области видимого (красного) излучения. С помощью

пластмассовых световодов можно передавать данные на расстояния до нескольких десятков метров. В кабелях более высокого качества используется кварцевое волокно. Кварцевые световоды бывают со ступенчатым и плавным изменением коэффициента преломления.

Световоды, по сравнению с электрическими линиями связи, имеют следующие преимущества [2]:

- высокая помехоустойчивость;
- большая пропускная способность: *дисперсия* (зависимость фазовой скорости волны от частоты сигнала) оптоволоконных кабелей незначительна, следовательно, в них в меньшей степени наблюдается искажение импульсов по сравнению с коаксиальными кабелями, в которых скорость передачи и потери существенно зависят от частоты;
- безопасность при эксплуатации: исключается вынос электрического потенциала из электроустановки, невозможно возгорание кабеля по причине короткого замыкания;
- не используются такие дорогостоящие цветные металлы, как медь, что в перспективе по мере усовершенствования технологии производства оптоволокна может сделать световоды более дешёвыми;
- предпочтительные конструктивные и эксплуатационные характеристики: минимальный радиус изгиба, не критичность к месту прокладки (возможна прокладка рядом с силовыми кабелями), незначительные массогабаритные показатели и т.д.

Основным же недостатком оптических кабелей является сложность сопряжения световодов между собой, а также с излучателями и приёмниками сигналов. Это обусловливается и незначительным сечением волокна (диаметр 0,125 мм и менее), и необходимостью выполнения среза волокна строго перпендикулярно его оси и обработки среза с высокой степенью чистоты для получения минимального затухания.

При использовании оптических линий связи цифровые устройства защиты необходимо оснащать модулем оптико-электронного преобразования. Такой модуль может быть как встроенным, так и внешним.

1.8. СРЕДСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Требования к средствам визуального отображения информации весьма противоречивы [2]. Это является причиной большого многообразия в части дизайна лицевых панелей цифровых устройств защиты. Для отображения информации в реле используются и отдельные светодиодные индикаторы, и табло, и даже графические экраны. Будем называть совокупность средств визуального отображения информации в реле дисплеем. Каким же требованиям должен удовлетворять дисплей реле защиты?

Очевидно, что дисплей не должен быть дорогим, так как "общение" человека с реле происходит редко. Дисплей реле должен обеспечивать быстрое и однозначное представление информации. Наилучшим образом этим требованиям удовлетворяют простые дисплеи в виде светодиодных индикаторов. Светодиодный дисплей хорошо заметен, особенно в условиях малой внешней освещенности.

К примеру, в терминале БЭ2704, устанавливаемом в шкаф ШЭ2607 011 (шкаф защиты линии и автоматики управления линейным выключателем), отдельные светодиодные индикаторы правого ряда (рис. 1.36) указывают на ступень дистанционной защиты или токовой направленной защиты нулевой последовательности, токовой отсечки и других функциональных элементов комплектного устройства при их срабатывании. Эти же светодиоды, мигая, сигнализируют о возникновении неисправности цепей напряжения или цепей оперативного тока, низком давлении элегаза и т.д. Имеются также светодиоды, расположенные в верхней части лицевой панели, свидетельствующие о наличии напряжений питания в терминале, возникновении внутренней неисправности терминала, режиме проверки терминала, включённом состоянии выключателя.

С другой стороны, цифровое устройство защиты – это устройство, которое способно предоставить оператору очень большой объём информации: текущие значения токов и напряжений электроустановки, их аварийные значения, уставки (их в микропроцессорных реле может быть несколько наборов), состояние входов и выходов управления и т.д. Для оперативного получения

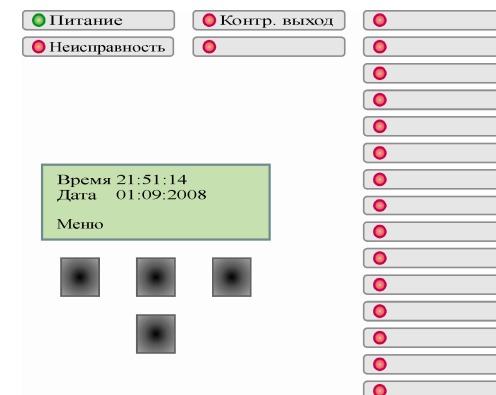


Рис. 1.36. Светодиодные и жидкокристаллические элементы отображения информации терминала БЭ2704

такого объёма информации требуются соответственно и более информативные дисплеи, поэтому в современной микропроцессорной аппаратуре РЗА используются и цифробуквенные многострочные табло, что обеспечивает удобство считывания информации, выполняемые на жидкокристаллическом индикаторе (ЖКИ)* [12].

Представление числовых данных. Микропроцессорные реле имеют погрешность 2...5 %, поэтому их дисплеи обычно выполняются с отображением трёх значащих цифр. Используются в основном два способа представления величин – в именованных единицах (вольты, амперы, градусы и т.д.) и в относительных. Оперативному персоналу удобнее работать с именованными величинами, отражающими реальные значения токов, напряжений и т.п. параметров. Но это требует занесения в реле дополнительной информации – коэффициентов трансформации измерительных ТТ и ТН, а на дисплей необходимо выводить размерность отображаемой величины.

* Основными недостатками ЖКИ являются относительно низкая контрастность изображения и недостаточно низкое значение допустимой минимальной температуры. Однако невысокая стоимость и лёгкость управления ЖКИ способствуют их широкому применению, в том числе и в аппаратуре РЗА.

Приемлемым решением является представление всех величин в относительных единицах или процентах, когда за базисные единицы принимают номинальные значения входных величин.

В современных реле, как правило, предусматривается подключение к компьютеру, и вся необходимая информация может быть представлена в любой удобной форме на дисплее компьютера.

1.19. БЛОК ПИТАНИЯ

1.9.1. Однотактные преобразователи

Современная электронная и микропроцессорная аппаратура релейной защиты функционально сложна и требует нескольких питающих напряжений, электрически изолированных от первичного источника и друг от друга. В качестве первичного источника обычно используется оперативное напряжение постоянного тока, получаемое от аккумуляторной батареи или специальных схем питания, поэтому получение питающих аппаратуру релейной защиты напряжений возможно только посредством преобразования первичного напряжения в переменное, его трансформации, выпрямления и последующей фильтрации. Практически во всех новых устройствах релейной защиты используются блоки питания, выполненные на базе высокочастотных преобразователей. Трансформатор блока питания, работающий на высокой частоте, получается незначительных габаритов, с небольшим числом витков в обмотках, но с относительно большой проходной мощностью.

В блоках питания МП-устройств релейной защиты находят применение однотактные преобразователи с самовозбуждением (автогенераторы) и с независимым возбуждением [13]. Простейшая схема однотактного автогенератора, поясняющая его принцип действия, приведена на рис. 1.37. Она представляет собой релаксационный генератор с трансформаторной связью. Через первичную обмотку трансформатора напряжения, включенного в коллекторной цепи, подается напряжение питания U_n .

Способ включения силового выпрямительного диода является отличительным признаком однотактных преобразователей.

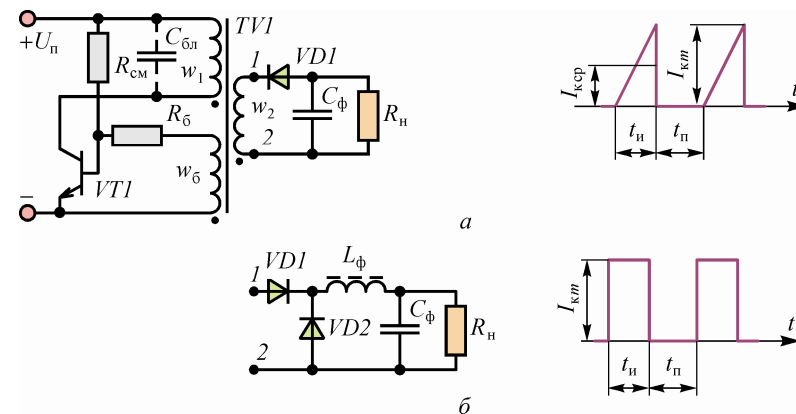


Рис. 1.37. Однотактный преобразователь:
а – с обратным включением выпрямительного диода;
б – с прямым включением выпрямительного диода

При подключении напряжения питания U_n через резистор $R_{см}$ на базу транзистора $VT1$ подается положительный потенциал. Транзистор открывается и через первичную обмотку w_1 трансформатора протекает ток, который вызывает нарастание магнитного потока в магнитопроводе трансформатора $TV1$. Появляющееся при этом напряжение на обмотке w_1 трансформируется в базовую обмотку положительной обратной связи w_6 , подключение которой выполнено таким образом, что она способствует полному открыванию транзистора. Когда ток коллектора достигнет максимального значения $I_{км} = I_б h_{21э}$ ($I_б$ – ток базы, $h_{21э}$ – коэффициент усиления транзистора), нарастание магнитного потока в трансформаторе прекратится. Полярность напряжений на обмотках трансформатора изменится на обратную, после чего происходит лавинообразный процесс запираания транзистора.

Полярность подключения силового диода выпрямителя к вторичной обмотке трансформатора определяет способ передачи энергии и нагрузку.

В преобразователе с обратным включением диода (рис. 1.37, а) при открытом транзисторе к обмотке w_1 трансформатора приложено напряжение питания U_n и в обмотку w_2 трансформируется импульс напряжения длительностью t_n . Однако включенный в обратном направлении диод $VD1$ в это время закрыт, и нагрузка

R_n отключена от преобразователя. В интервале паузы t_n , когда транзистор закрывается, полярность напряжений на всех обмотках трансформатора изменяется на обратную, диод открывается и выпрямленное напряжение прикладывается к нагрузке R_n . При следующем цикле, когда транзистор открывается, а диод запирается, конденсатор C_ϕ разряжается на нагрузку R_n , обеспечивая протекание постоянного тока нагрузки I_n . Индуктивность вторичной обмотки трансформатора играет роль дросселя сглаживающего фильтра.

При прямом включении диода (рис. 1.37, б) передача энергии источника питания в нагрузку происходит в интервале t_n , когда силовой транзистор и диод $VD1$ открыты. Выпрямленный ток I_n протекает в нагрузку R_n через дроссель фильтра L_ϕ , запасая в нём энергию $W = 0,5L_\phi I_n^2 t_n$. Конденсатор C_ϕ при этом заряжается выпрямленным напряжением. На протяжении паузы t_n , когда транзистор закрыт, дроссель L_ϕ отдаёт запасённую энергию в нагрузку. Цепь тока I_n замыкается через дроссель L_ϕ и блокирующий диод $VD2$. Через первичную обмотку трансформатора однотактного преобразователя протекают несимметричные токи, так как длительность импульса не равна длительности паузы. Вследствие этого трансформатор работает с подмагничиванием постоянной составляющей тока, что приводит к плохому использованию трансформатора, увеличению его габаритов. Для устранения подмагничивания трансформаторы в однотактных преобразователях должны выполняться на магнитопроводах с воздушным зазором. Этот способ устранения подмагничивания является нетехнологичным, особенно при использовании тороидальных сердечников.

Более простым явление перемагничивания трансформатора будет в случае включения параллельно одной из его обмоток блокировочного конденсатора $C_{бл}$ (на рис. 1.37, а конденсатор $C_{бл}$ включён параллельно обмотке w_1). Когда транзистор закрывается, конденсатор $C_{бл}$ в течение времени t_n разряжается через обмотку w_1 , перемагничивая сердечник током разряда.

Однотактные преобразователи с обратным включением диода обеспечивают развязку выходного напряжения от помех, проникающих по входным шинам питания, поэтому работают с простейшими ёмкостными фильтрами.

Стабилизация выходного напряжения в однотактном автогенераторе лучше всего осуществляется за счёт изменения тока $I_{кт}$, задаваемого током базы транзистора. Для этого в преобразователе вводится цепь обратной связи, которая следит за выходным напряжением U_n и при его изменении изменяет ток базы и, следовательно, ток коллектора транзистора.

Наиболее эффективной является стабилизация выходного напряжения за счёт *широтно-импульсной модуляции* (ШИМ). При этом преобразователи выполняются с независимым возбуждением (с усилителем мощности), а регулирование осуществляется схемой управления, включаемой в цепи базы ключевого транзистора (рис. 1.38). Схема управления реализует ШИМ, она следит за выходным напряжением на нагрузке R_n . Схема управления вырабатывает напряжение управления $U_{упр}$, которое включает и выключает силовой транзистор $VT1$ с определённой частотой и продолжительностью включения, обеспечивая заданную стабильность выходного напряжения.

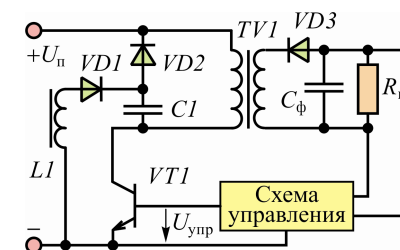


Рис. 1.38. Преобразователь с ШИМ

Повышение частоты преобразователя предъявляет дополнительные требования к схеме управления силовым транзистором. Для уменьшения потерь и расширения диапазона регулирования схеме управления необходимо обеспечить форсированное включение и выключение силового транзистора. С этой целью в схему управления вводятся дополнительные каскады. Кроме того, силовые транзисторы имеют низкий коэффициент усиления $h_{21э}$, что вызывает необходимость создания избыточной мощности на выходе схемы управления.

Использование ШИМ для управления транзистора VT1 позволяет поддерживать стабильным выходное напряжение преобразователя при изменении питающего напряжения в широких пределах. Большинство микропроцессорных устройств релейной защиты устойчиво работают в диапазоне напряжений питания от 88 В до 242 В.

Весьма перспективным является применение в преобразователях МОП-транзисторов. Такие транзисторы в статических режимах по цепи управления практически не потребляют тока. Но преобразователи обычно работают с высокой частотой переключения транзисторных ключей, поэтому сказывается динамическое потребление тока по цепи затвора, которое растёт по мере роста частоты коммутаций. Снижение потребляемой мощности по цепи управления – одна из задач, которую решают разработчики ИМС для преобразовательных блоков питания.

1.9.2. Преобразователи TOPSwitch

Широкое распространение в аппаратуре релейной защиты нашли интегральные преобразователи PWR-TOP200 [14] (производитель – POWER INTEGRATION, INC). Микросхемы TOP200 выполнены в корпусе TO-220, имеют только три вывода, но выполняют все функции, необходимые для работы автономного импульсного блока питания. Микросхемы TOP200 содержат ШИМ-контроллер с встроенным генератором, работающим с частотой 100 кГц (мощность, потребляемая контроллером, составляет 6 мВт); n -канальный МОП-транзистор большой мощности на напряжение 700 В с управляемым временем включения; высоковольтные пусковые цепи питания; источник опорного напряжения; параллельный стабилизатор сигнала ошибки и схему защиты от повреждений (рис. 1.39).

По сравнению с обычным МОП-транзистором и контроллером или автоколебательным ключевым преобразователем ИМС TOPSwitch позволяет существенно упростить схему блока питания за счёт уменьшения количества элементов, повысить к.п.д., улучшить эксплуатационные характеристики и в тоже время снизить общую стоимость преобразовательного блока.

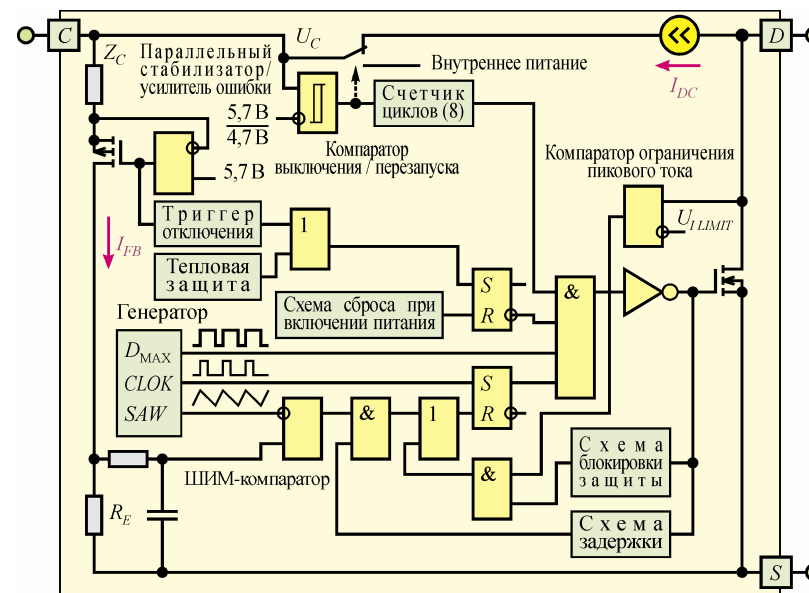


Рис. 1.39. Структура микросхемы PWR-TOP200

Микросхема TOPSwitch представляет собой линейный преобразователь входного тока в длительность *рабочего цикла* D_c (рис. 1.40) с автономным питанием и МОП-транзистором с открытым стоком на выходе. Высокая эффективность достигнута за счёт применения КМОП-технологии и интеграции на одном кристалле максимального числа функций. Высокая степень интеграции позволяет отказаться от мощных внешних резисторов, используемых в качестве датчика тока и для обеспечения питания цепей первоначального запуска.

Во время нормальной работы рабочий цикл силового транзистора линейно уменьшается при увеличении тока на входе С.

Источник питания цепей управления. Напряжение u_c на выводе управления С микросхемы TOP200 используется в качестве напряжения питания и смещения для контроллера и цепей управления затвором выходного ключа. Для питания цепей управления затвором требуется внешний блокировочный конденсатор, расположенный в непосредственной близости от выво-

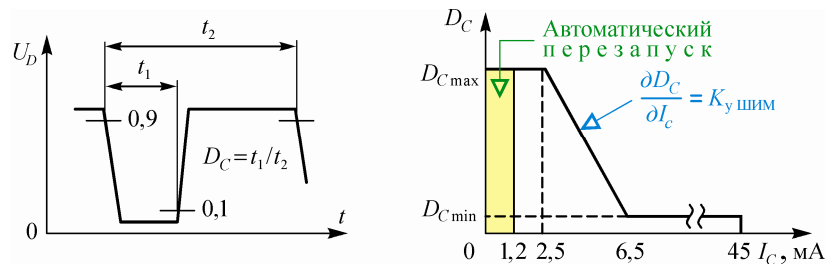


Рис. 1.40. Параметры рабочего цикла микросхемы PWR-TOP200

дов управления C и истока S . Суммарная ёмкость C_r , подключённая к этим выводам, определяет синхронизацию процесса автоматического перезапуска и коррекцию в петле обратной связи. Напряжение u_C стабилизируется в каждом из двух режимов. Гистерезисная стабилизация используется для начального запуска и работы в режиме перегрузки. Параллельный стабилизатор на входе используется для разделения сигнала обратной связи и тока питания схемы управления. Во время первоначального запуска напряжение u_C обеспечивается внутренним высоковольтным импульсным источником тока, включённым между выводами управления C и стока D . После первого достижения напряжением u_C значения 5,7 В высоковольтный источник тока выключается и активируются цепи ШИМ и цепи управления выходным транзистором (рис. 1.41, а). Во время нормальной работы, когда выходное напряжение стабилизируется, питание микросхемы осуществляется через цепи обратной связи.

Параллельный стабилизатор поддерживает напряжение u_C на уровне 5,7 В, пропуская ток входа управления, превышающий требуемый постоянный ток питания, через сопротивление R_E датчика обратной связи схемы ШИМ. Низкое динамическое сопротивление входа управления Z_C определяет коэффициент передачи усилителя ошибки при использовании в схеме обратной связи по напряжению первичной цепи. При разряде внешней ёмкости C_r на входе управления до нижнего порогового уровня выходной МОП-транзистор закрывается и цепи управления переводятся в состояние покоя с малым током потребления. Высоковольтный источник тока снова включается и заряжает внеш-

нюю ёмкость. Компаратор автоматического перезапуска с гистерезисом поддерживает напряжение u_C в пределах 4,7...5,7 В путём переключения высоковольтного источника тока (рис. 1.41, б).

Схема автоматического перезапуска включает в себя счётчик циклов, который запрещает включение МОП-транзистора, пока не пройдут 8 циклов заряда-разряда ёмкости. Счётчик ограничивает мощность рассеивания, уменьшая рабочий цикл схемы автоматического перезапуска до заданного значения 5 %. Схема перезапуска будет работать до тех пор, пока не будет достигнут режим стабилизации выходного напряжения.

Источник опорного напряжения. Все критичные для работы TOPSwitch микросхемы внутренние напряжения формируются с помощью термокомпенсированного "bandgap" источника опорного напряжения. Этот опорный источник также используется для построения термокомпенсированного источника тока, используемого для установки частоты внутреннего генератора и управления затвором выходного МОП-транзистора.

Генератор. Внутренний генератор линейно заряжает и разряжает внутреннюю ёмкость между опорными уровнями напряжения 4,7 В и 5,7 В, генерируя пилообразное напряжение для работы схемы ШИМ. Генератор устанавливает триггер широтно-импульсного модулятора (схемы ограничения тока) в начале каждого цикла. Для уменьшения уровня электромагнитного излучения и достижения максимального к.п.д. источника питания

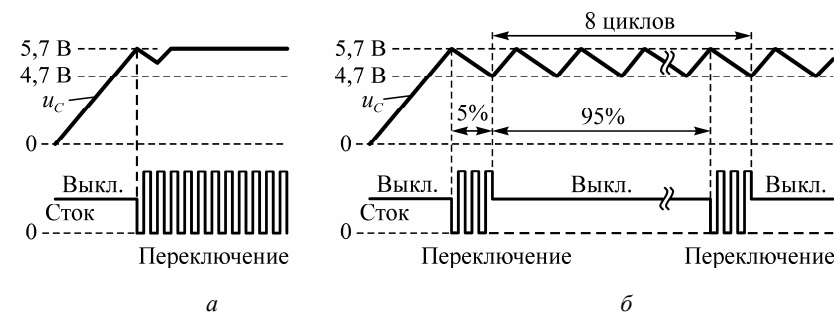


Рис. 1.41. Режимы работы микросхемы PWR-TOP200:
а – нормальная работа; б – режим перезапуска

номинальная частота выбрана равной 100 кГц. Подстройка источника опорного тока улучшает точность установки частоты генератора.

Широтно-импульсный модулятор. ШИМ осуществляет управление выходным МОП-транзистором. Для уменьшения коммутационных шумов сигнал рассогласования снимается с сопротивления R_E и сглаживается с помощью RC-цепи с частотой среза примерно 7 кГц. Сглаженный сигнал рассогласования сравнивается с внутренним пилообразным напряжением для генерации сигнала управления рабочим циклом. При увеличении тока управления длительность рабочего цикла уменьшается. Сигнал тактового генератора устанавливает триггер, который включает МОП-транзистор, а ШИМ сбрасывает триггер, выключая тем самым транзистор. Максимальный рабочий цикл определяется формой сигнала внутреннего генератора. Модулятор имеет минимальное время включённого состояния, чтобы сохранять ток потребления TOPSwitch независимым от сигнала рассогласования. На вход управления C должен быть подан некоторый минимальный ток, прежде чем рабочий цикл начинает изменяться (см. рис. 1.41, б).

Схема управления затвором. Схема управления затвором предназначена для управления выходным МОП-транзистором с управляемой скоростью открывания для уменьшения электромагнитных помех. Ток управления подстраивается для достижения максимальной точности.

Усилитель сигнала ошибки. Параллельный стабилизатор может также выполнять функцию усилителя сигнала ошибки в схемах с обратной связью по первичной цепи. Напряжение параллельного стабилизатора точно определяется термокомпенсированным источником опорного напряжения. Коэффициент передачи усилителя ошибки определяется динамическим сопротивлением входа управления C . Этот вход преобразовывает сигнал внешней схемы в напряжение u_C . Входной ток вывода управления C , превышающий ток потребления микросхемы, выделяется с помощью параллельного стабилизатора и протекает через сопротивление R_E как сигнал рассогласования.

Поцикловое ограничение тока. Схема поциклового ограничения пикового тока использует сопротивление открытого МОП-транзистора в качестве измерительного. Компаратор схемы ограничения тока сравнивает напряжение сток-исток открытого выходного МОП-транзистора u_{DS} с пороговым напряжением. Большой ток стока транзистора приводит к превышению напряжением u_{DS} порогового значения и вызывает выключение выходного транзистора до начала следующего цикла. Для уменьшения зависимости порога ограничения пикового тока от температурных изменений сопротивления открытого МОП-транзистора пороговое напряжение компаратора схемы ограничения тока скомпенсировано по температуре. Схема блокировки защиты на время переднего фронта импульса запрещает работу компаратора токовой защиты в течение короткого промежутка времени после открывания выходного транзистора. Это предпринято для того, чтобы броски тока, вызванные перезарядом ёмкости первичной обмотки и временем восстановления обратного сопротивления выпрямительных диодов вторичных цепей, не приводили к преждевременному окончанию рабочего импульса.

Схема отключения и автоматического перезапуска. Для уменьшения мощности рассеяния в TOPSwitch используется схема отключения и автоматического перезапуска, которая включает и выключает источник питания с рабочим циклом около 5 % при выходе преобразователя за пределы режима стабилизации. Отсутствие стабилизации приводит к прекращению протекания внешнего тока через вывод управления C . Режим стабилизации напряжения u_C происходит в параллельном режиме при нормальной работе и в гистерезисном режиме во время автоматического перезапуска, как описано выше. Когда состояние перегрузки устранено, выходное напряжение источника питания становится стабилизированным, т.е. стабилизация напряжения u_C возвращается к параллельному режиму и возобновляется нормальная работа источника питания.

Триггер отключения. Защита от перенапряжений в выходных цепях активизируется при прохождении мощного импульса тока на вход управления C . При этом устанавливается триггер отключения, что приводит к выключению выходного транзистора (режим защёлкивания). Активизация цепей сброса путём сня-

тия и восстановления входного напряжения или кратковременной подачи на вход управления C напряжения ниже порога срабатывания цепей сброса переключает триггер отключения и возобновляет нормальную работу источника питания. При отключённой цепи обратной связи напряжение u_c стабилизируется в гистерезисном режиме.

Тепловая защита. Тепловая защита обеспечивается прецизионной схемой, срабатывающей, когда температура кристалла превышает порог срабатывания тепловой защиты (145°C), и выключает силовой МОП-транзистор.

Высоковольтный источник питания. Этот источник тока питает внутренние схемы TOPSwitch через вывод стока D и заряжает внешнюю ёмкость C_r на входе управления C во время запуска или гистерезисного режима работы. Гистерезисный режим работы происходит во время автоматического перезапуска или срабатывания триггера отключения микросхемы. Источник тока включается и выключается с эффективным рабочим циклом приблизительно 35 %. Рабочий цикл определен отношением токов заряда i_c на выводе управления C и разряда i_{c1} (работа выходного транзистора разрешена) или i_{c2} (работа транзистора запрещена). Источник тока выключен во время нормальной работы импульсного стабилизатора.

1.9.3. Блоки питания на микросхеме PWR-TOP200

Схема, которая показана на рис.1.42, представляет собой стабилизированный источник питания с повышенной точностью поддержания выходных напряжений $+5\text{ В}$, $\pm 12\text{ В}$. Входное напряжение выпрямляется мостом $V1$ и фильтруется конденсатором $C4$. Сетевой фильтр $L1, L2, C1, L3, C2, C3$ уменьшает влияние электромагнитных помех, вызванных импульсными токами. Напряжение обмотки w_2 выпрямляется диодом $VD8$ и фильтруется конденсатором $C7$, образуя напряжение, равное 11 В. Это напряжение питает цепь, содержащую оптронный преобразователь $VU2$. Конденсатор $C8$ и резистор $R4$ подстраивают частотную характеристику схемы. Параллельный стабилизатор TL431 (стабилитрон $VD9$) регулирует выходное напряжение, управляя током оптрона $VU2$, и рабочим циклом так, чтобы поддерживать

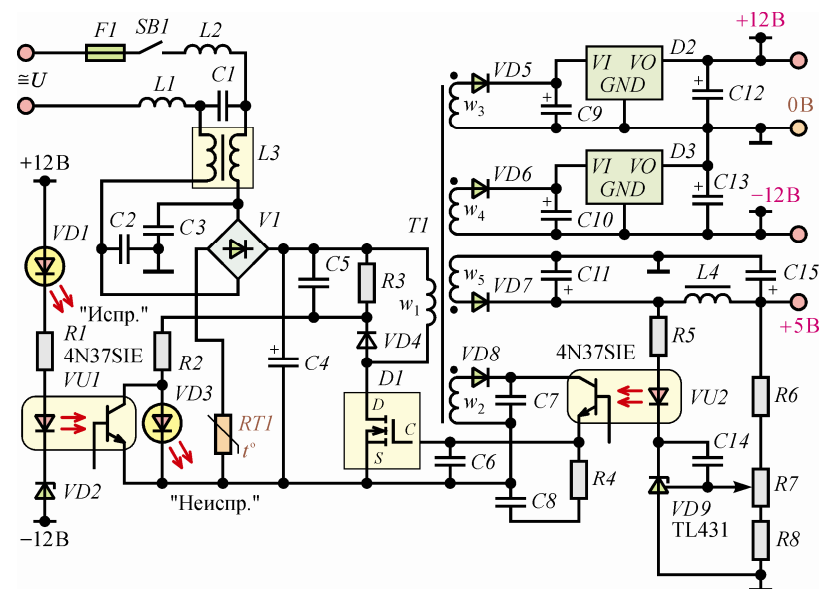


Рис. 1.42. Блок питания на микросхеме TOP200 с обратной связью на оптроне

среднее напряжение 2,5 В на входном выводе стабилитрона TL431. Выходное напряжение может быть точно подстроено с помощью резисторного делителя $R6, R7, R8$. При изменении коэффициента трансформации трансформатора $T1$ и коэффициента передачи делителя можно получить другие необходимые выходные напряжения.

Конденсатор $C14$ осуществляет коррекцию амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) стабилитрона TL431 для обеспечения устойчивой работы схемы (стабилитрон TL431 выполнен на основе ОУ, включённого по схеме повторителя напряжения, поэтому полезна однополюсная коррекция его АЧХ во всём диапазоне частот [15]). Резистор $R5$ ограничивает ток светодиода оптрона и определяет высокочастотное усиление петли обратной связи. Микросхемы $D2$ и $D3$ (интегральные стабилизаторы напряжения) обеспечивают дополнительную стабилизацию напряжений в каналах формирования уровней напряжения $\pm 12\text{ В}$.

2. ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ОРГАНАХ

2.1. СТРУКТУРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

2.1.1. Структуры цифровых фильтров

В процессе цифровой обработки мгновенных значений вторичных токов и напряжений входных преобразователей, представляющих собой "смесь" полезного сигнала и помех, возникает задача "очистки" сигнала промышленной частоты от всех иных составляющих, которые в общем случае содержат апериодическую слагающую, слагающие 3-й и 5-й гармоник, влияние которых особенно сильно сказывается в фильтровых и дифференциальных реле, а также другие высшие гармоники. Указанная задача решается, хотя и не полностью, *цифровыми фильтрами*, под которыми в общем смысле понимают *линейную дискретную систему* (ЛДС) [16], осуществляющую по заданному алгоритму выделение цифрового сигнала $x(nT_d)$ или его параметров из его воздействия $x_\Sigma(nT_d) = x(nT_d) + x_{\text{пом}}(nT_d)$, содержащего суммарную помеху $x_{\text{пом}}(nT_d)$.

В отношении селекции цифровых сигналов по частоте, как это понимается применительно к электронным реле [17], в РИО которых ведётся аналоговая фильтрация сигналов с целью выделения сигнала промышленной частоты, цифровым фильтром называют частотно-избирательную систему, обрабатывающую только цифровые сигналы. Это также, как и в электронных реле, фильтры высоких частот (ФВЧ), полосно-пропускающие (ППФ), полосно-заграждающие (ПЗФ), а также ФНЧ.

Как любая цифровая система, цифровой фильтр реализуется *аппаратными, программными* или *аппаратно-программными* средствами [16]. Первый способ подразумевает использование логических схем, триггеров, регистров, сумматоров, умножителей, ячеек памяти и т.п.; второй – языков программирования высокого уровня либо ассемблеров. Аппаратно-программная реализация цифрового фильтра представляет собой комбинацию первых двух способов.

В цифровых системах ввод аналоговых сигналов производится путём их дискретизации в равноотстоящие моменты времени, когда вместо сигнала $x(t)$ используется дискретный сигнал $x_d(t) = x(nT_d)$, фиксируемый в цифровом виде с заданными уровнями квантования с определённой точностью. Для последующего использования цифровых сигналов обычно требуется их дополнительная обработка, позволяющая выделить содержащуюся в них необходимую информацию. В частности, как и в "аналоговых" РИО, возникает необходимость выделения среднего или действующего значения сигнала по его выборкам, интегрирования и т.д. Для выполнения этих функций производятся операции с цифровыми последовательностями $x(nT_d)$, превращающие их в другие цифровые последовательности $y(nT_d)$, обладающие требуемыми свойствами.

Цифровые фильтры относятся к ЛДС, осуществляющим однозначное преобразование входной цифровой последовательности $x(nT_d)$ в выходную $y(nT_d)$.

В общем случае цифровой фильтр описывается разностным уравнением с вещественными коэффициентами [16]:

$$\sum_{r=0}^M b'_r y[(n-r)T_d] = \sum_{k=0}^N a'_k x[(n-k)T_d], \quad (2.1)$$

где a'_k , b'_k – коэффициенты разностного уравнения; M , N – число отсчётов реакции и выборки воздействия, учитываемых при цифровой обработке.

Решая уравнение (2.1) относительно текущего отсчёта $y(nT_d)$, получаем реакцию цифрового фильтра

$$\begin{aligned} y(nT_d) &= \frac{a'_0}{b'_0} x(nT_d) + \frac{1}{b'_0} \left\{ \sum_{k=1}^N a'_k x[(n-k)T_d] - \sum_{r=1}^M b'_r y[(n-r)T_d] \right\} = \\ &= a_0 x(nT_d) + \sum_{k=1}^N a_k x[(n-k)T_d] - \sum_{r=1}^M b_r y[(n-r)T_d]. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) определяет алгоритм производимых микропроцессором вычислений, в котором используются как выборки входного сигнала $x(nT_d)$, так и предшествующие отсчёты реакции $y(nT_d)$, поэтому он имеет рекурсивный характер и соответствует так называемому *рекурсивному* цифровому фильтру.

В частном случае реакция цифрового фильтра определяется только значениями выборок входной величины:

$$y(nT_d) = \sum_{k=0}^N a_k x[(n-k)T_d]. \quad (2.3)$$

Уравнение (2.3) определяет нерекурсивный алгоритм вычислений, в котором используются только выборки входного сигнала $x(nT_d)$. Цифровой фильтр, математические преобразования в котором осуществляются соответственно уравнению (2.3), называется *нерекурсивным*. Структура нерекурсивного фильтра, построенная с помощью условных обозначений выполняемых в ЛДС математических преобразований (рис. 2.1), приведена на рис. 2.2. В фильтре такой структуры помимо блоков суммирования и умножения имеются и блоки z^{-1} – элементы памяти, задерживающие входной сигнал на один период дискретизации T_d .

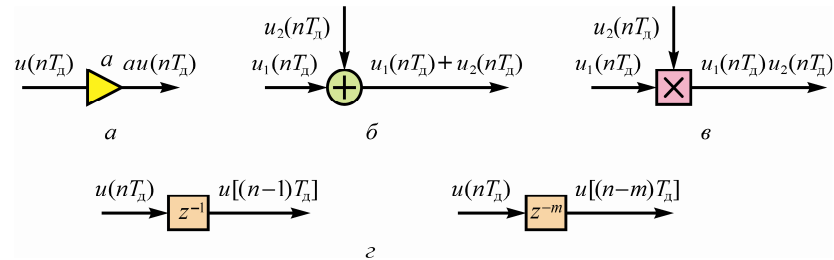


Рис. 2.1. Обозначения операций с цифровыми последовательностями в структурных схемах:

a – умножение на коэффициент a ; $б$ – суммирование;
 $в$ – умножение; $г$ – запоминание на m периодов дискретизации

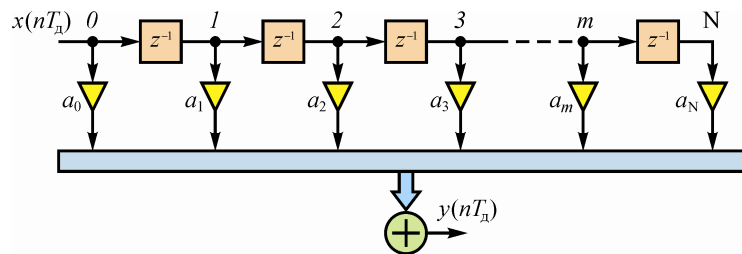


Рис. 2.2. Структура нерекурсивного цифрового фильтра

Например, при сглаживании сигнала $x(nT_d)$ цифровым фильтром можно использовать выражение [9]

$$y(nT_d) = \frac{1}{3} \{x[(n-2)T_d] + x[(n-1)T_d] + x(nT_d)\}. \quad (2.4)$$

Данное выражение описывает простейший цифровой фильтр с входным сигналом $x(nT_d)$ и реакцией $y(nT_d)$, причём используются две предшествующие выборки сигнала $x(nT_d)$. Вычисления производятся непрерывно, т.е. номер выборки n изменяется в процессе вычислений.

Очевидно, что алгоритм (2.4) является частным случаем уравнения (2.3): $a_0 = a_1 = a_2 = 1/3$, $N = 2$. Фильтрующие свойства выражения (2.4) иллюстрируются рис. 2.3, где приведены графические отображения функций $x(nT_d)$ и $y(nT_d)$ для случая, когда на 1-ю гармонику $x_1(t)$ (рис. 2.3, а) единичной амплитуды наложена 3-я $x_3(t)$ (рис. 2.3, б), причём амплитуда 3-й гармоники составляет 50 % относительно амплитуды 1-й. Отметим, что на рис. 2.3, а показаны только сигнал $x(t) = x_1(t)$, его выборки $x_1(nT_d)$ – 12 выборок за период, реакция $y(nT_d)$ и её огибающая $y(t)$, которая показывает возникающий фазовый сдвиг между сигналами $x(t)$ и $y(t)$ и изменение амплитуды огибающей $y(t)$ реакции $y(nT_d)$ относительно амплитуды входного сигнала.

В структуре рекурсивного цифрового фильтра помимо выборок $x[(n-k)T_d]$ используются и значения $y[(n-k)T_d]$ реакции, поэтому в общем виде структура фильтра сложнее (рис. 2.4), и следовательно, при её реализации требуется производить больший объём вычислений.

В качестве примера в соответствии с уравнением (2.2) по аналогии с уравнением (2.4) для такой структуры запишем аналогичное выражение для рекурсивного цифрового фильтра 2-го порядка:

$$y(nT_d) = \frac{1}{9} \{x[(n-2)T_d] + x[(n-1)T_d] + x(nT_d)\} + \frac{1}{3} \{y[(n-2)T_d] + y[(n-1)T_d]\}. \quad (2.5)$$

Сравнивая уравнения (2.4) и (2.5) легко заметить, что здесь помимо двух предшествующих выборок входной величины приходится производить определённые математические операции с

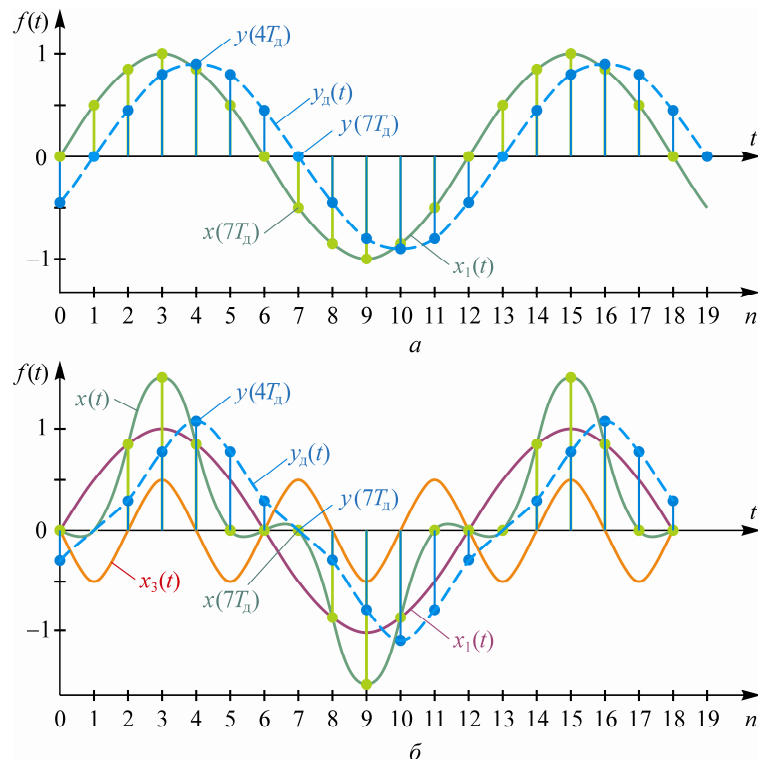


Рис. 2.3. Входной сигнал и реакция цифрового фильтра:
 $a - x(t) = x_1(t) = \sin \omega_1 t$;
 $b - x(t) = x_1(t) + x_3(t) = \sin \omega_1 t - 0,5 \sin 3 \omega_1 t$

двумя предшествующими значениями выходных цифровых отсчётов, причём в каждом из них имеется информация обо всей "истории" выходной цифровой последовательности, начиная с момента времени, равного нулю.

Характер протекания переходного процесса в фильтре по выражению (2.5) показан на рис. 2.5, где приведены графические отображения функций $x(nT_d)$ и $y(nT_d)$ для случая, когда на вход рекурсивного фильтра в момент $t=0$ поступает 1-я гармоника $x(t)$ единичной амплитуды.

Выходная цифровая последовательность $y(nT_d)$ имеет явно выраженный переходный процесс только в первом полупериоде,

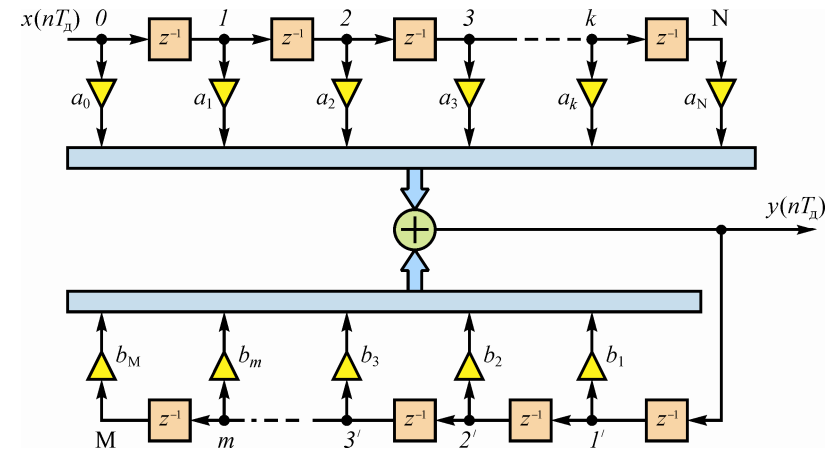


Рис. 2.4. Структура рекурсивного цифрового фильтра

далее процесс изменения выходного сигнала фильтра приобретает, по сути, установившийся характер. Для сравнения на том же рисунке приведен график выходной цифровой последовательности нерекурсивного цифрового фильтра, реализованного в соответствии с выражением (2.4) – штрихпунктирная кривая. Сопоставление выходных цифровых последовательностей рекурсивного и нерекурсивного фильтров показывает, что первый даёт больший фазовый сдвиг относительно сигнала $x(t)$ и меньшую амплитуду, а переходный процесс в нём длится дольше, так как в формировании выходной цифровой последовательности используются предыдущие отсчёты $y[(n-1)T_d]$ и $y[(n-2)T_d]$.

Фильтрующие свойства выражения (2.5) иллюстрируются рис. 2.5, где приведены графические отображения функций $x(nT_d)$ и $y(nT_d)$ для случая, когда на вход рекурсивного фильтра в момент $t=0$ поступает сигнал, представляющий собой сумму 1-й гармоники $x_1(t)$ и 3-й $x_3(t)$, амплитуда которой составляет 50 % единичной амплитуды 1-й. Для сравнения на том же рисунке приведен график (штрихпунктирная кривая) выходной цифровой последовательности нерекурсивного цифрового фильтра, реализованного в соответствии с выражением (2.4), отрабатывающего такой же входной сигнал. Сравнение реакций обоих фильтров показывает, что рекурсивный, на первый взгляд, лучше

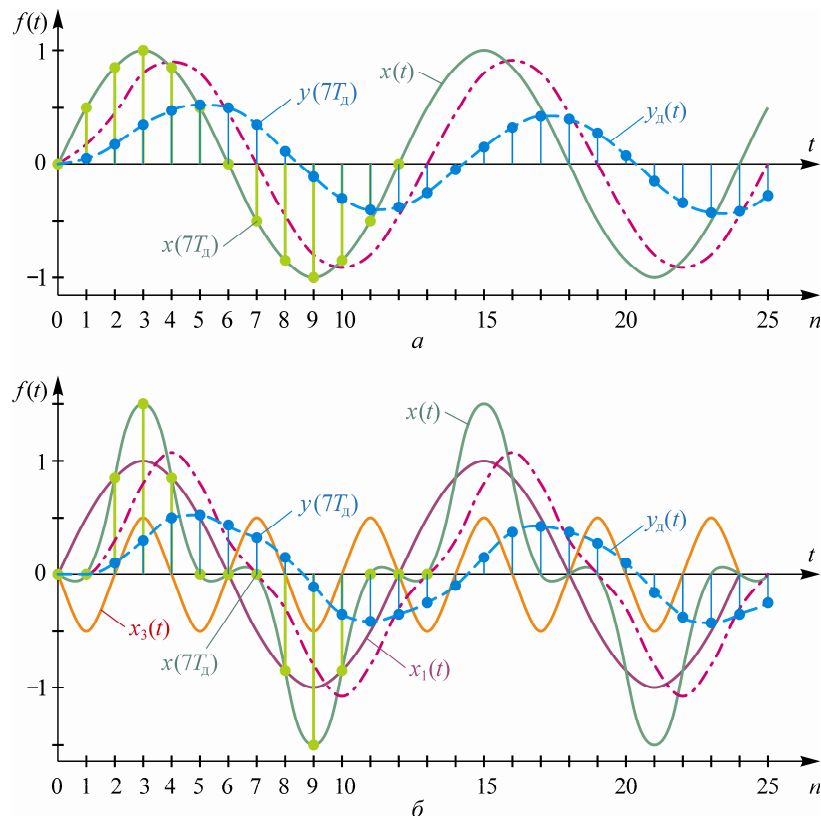


Рис. 2.5. Переходной процесс в рекурсивном цифровом фильтре 2-го порядка при нулевых начальных условиях:
 $a - x(t) = x_1(t) = \sin \omega_1 t$; $б - x(t) = x_1(t) + x_3(t) = \sin \omega_1 t + 0,5 \sin 3 \omega_1 t$

подавляет 3-ю гармонику, чем нерекурсивный фильтр. Однако для окончательных выводов требуются дополнительные данные.

Структуры и алгоритмы фильтрующих систем могут быть весьма разнообразными [16]. Но наличие цифровых фильтров в аппаратной или программной части устройства релейной защиты не является обязательным, поскольку определёнными фильтрующими свойствами обладают большинство алгоритмов преобразований, осуществляемых в цифровых измерительных органах (ЦИО).

2.1.2. Импульсные характеристики цифровых фильтров

При анализе и синтезе структур цифровых фильтров используются несколько их основных характеристик, однозначно определяющих параметры фильтров в частотной области.

Импульсной характеристикой цифрового фильтра $h(nT_d)$ называется реакция $y(nT_d)$, возникающая при воздействии в виде единичного импульса $\delta(nT_d)$ (рис. 2.6, а).

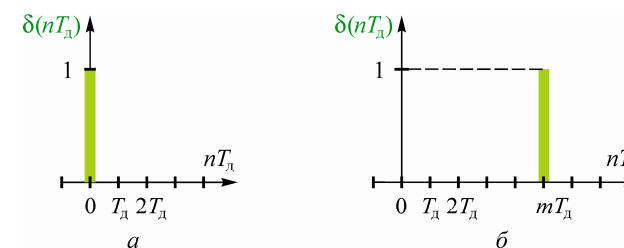


Рис. 2.6. Дискретные единичные импульсы:
 a – незадержанный; $б$ – задержанный

Цифровые фильтры относятся к классу стационарных (инвариантных к сдвигу) ЛДС, для которых справедлив принцип суперпозиции, заключающийся в том, что если отсчёт $y(nT_d)$ – реакция на выборку $x(nT_d)$, то отсчёт $y[(n-m)T_d]$ – реакция на выборку $x[(n-m)T_d]$. Для таких систем связь между воздействием и реакцией определяется формулами, справедливыми для дискретной свёртки:

$$y(nT_d) = \sum_{m=0}^{\infty} h[(n-m)T_d] \cdot x(mT_d); \quad (2.6)$$

$$y(nT_d) = \sum_{m=0}^{\infty} x[(n-m)T_d] \cdot h(mT_d). \quad (2.7)$$

С учётом выражения (2.2) для рекурсивных и (2.3) для нерекурсивных цифровых фильтров импульсная характеристика $h(nT_d)$ полностью характеризует систему преобразования цифровых последовательностей, поскольку с её помощью при известном воздействии $x(nT_d)$ определяется реакция $y(nT_d)$.

Определим методом прямой подстановки импульсную характеристику $h(nT_d)$ выполненного по показанной на [рис. 2.2](#) структуре нерекурсивного фильтра, описываемого уравнением (2.3), соответствующую реакции $y(nT_d)$, если входной сигнал – одиночный импульс ([см. рис. 2.6, а](#)): $x(nT_d) = \delta(nT_d)$. Так как в структуре цифрового фильтра блоки z^{-1} задерживают входной сигнал на период дискретизации T_d , то в момент $nT_d = 0$ имеем сигнал $\delta(nT_d)$ в точке 0 ([см. рис. 2.2](#)) и нулевые сигналы во всех остальных точках, т.е. при $nT_d = 0$ на выходе сумматора $y(0) = a_0 \delta(nT_d)$. В момент $nT_d = T_d$ в точке 0 сигнал равен нулю, так как входной сигнал уже отсутствует, но в точке 1 ([см. рис. 2.2](#)) появляется сохранённый в памяти на один цикл блоком z^{-1} сигнал $\delta(nT_d)$, который умножается на коэффициент a_1 и подводится к сумматору. Сигналы в точках 2, 3, ... равны при этом нулю. Таким образом, в момент времени $nT_d = T_d$ выходной сигнал соответствует смещённому на T_d единичному импульсу, умноженному на коэффициент a_1 , т.е. $y(T_d) = a_1 \delta(n-1)T_d$. В момент mT_d ($m \leq N$) единичный сигнал имеется только в точке m , а выходной сигнал – смещенный на mT_d единичный импульс ([рис. 2.6, б](#)), умноженный на коэффициент a_m , т.е. $y(mT_d) = a_m \delta(n-m)T_d$.

В целом импульсная характеристика нерекурсивного цифрового фильтра по выражению (2.3) имеет число членов $N+1$:

$$h(nT_d) = \sum_{k=0}^N a_k \delta[(n-k)T_d]. \quad (2.8)$$

Цифровые фильтры, в которых реализуются выражения (2.3) и (2.8), носят название *КИХ-фильтров*. КИХ-фильтры прототипов в аналоговых устройствах не имеют. В отличие от них у рекурсивных фильтров, описываемых выражением (2.1), характеристика $h(nT_d)$ существует сколь угодно долго, поэтому они носят название *БИХ-фильтров* (цифровые фильтры с бесконечной импульсной характеристикой). Прототипами их являются обычные аналоговые частотные фильтры. В целом импульсная характеристика БИХ-фильтров описывается функцией

$$h(nT_d) = \sum_{k=0}^N a_k \delta[(n-k)T_d] - \sum_{r=0}^N b_r h[(n-r)T_d].$$

2.1.3. Частотные характеристики цифровых фильтров

Определим реакцию цифрового фильтра с известной импульсной характеристикой $h(nT_d)$ при воздействии, задаваемом в виде комплексной экспоненты $x(nT_d) = e^{j\omega nT_d}$. Для этого применим формулу дискретной свёртки (2.7), определяющую связь между импульсной характеристикой и выходным сигналом цифрового фильтра, но при ненулевых начальных условиях. Тогда получим следующее выражение, описывающее реакцию:

$$\begin{aligned} y(nT_d) &= \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot x[(n-m)T_d] = \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot e^{j\omega(n-m)T_d} = \\ &= e^{j\omega nT_d} \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot e^{-j\omega mT_d} = H(j\omega) e^{j\omega nT_d} = \underline{H}(\omega) e^{j\omega nT_d}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где комплексная величина $H(j\omega) = \underline{H}(\omega)$ определяется суммой в виде ряда

$$\underline{H}(\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot e^{-j\omega mT_d}. \quad (2.10)$$

Из выражения (2.9) следует, что при воздействии в виде комплексной экспоненциальной цифровой последовательности $x(nT_d) = e^{j\omega nT_d}$ реакция является такой же последовательностью, умноженной на постоянный комплексный множитель $H(j\omega)$, зависящий от частоты входной последовательности ω и коэффициентов импульсной характеристики $h(nT_d)$. Таким образом, выходная последовательность отличается от входной изменением каждого члена по значению в $|H(j\omega)|$ раз и сдвигом по фазе на угол $\beta(\omega) = \arg H(j\omega)$.

По аналогии с электронными устройствами, в которых используются активные фильтры, выполненные на основе операционных усилителей, величина $H(j\omega)$ по выражению (2.10) называется *комплексной частотной характеристикой* цифрового фильтра, связывающей воздействие $x(nT_d) = e^{j\omega nT_d}$ и его реакцию на это воздействие.

Характеристика $H(j\omega)$ определяет реакцию и на воздействие в виде вещественной синусоиды, которая может быть представ-

лена как сумма двух комплексных экспонент:

$$x(nT_d) = \sin(\omega nT_d + \psi) = \frac{1}{2j} [e^{j(\omega nT_d + \psi)} - e^{-j(\omega nT_d + \psi)}]. \quad (2.11)$$

Подставив каждую из двух комплексных экспонент соотношения (2.11) в выражение (2.9), получим:

$$y(nT_d) = \frac{1}{2j} [\underline{H}(\omega)e^{j(\omega nT_d + \psi)} - \underline{H}(-\omega)e^{-j(\omega nT_d + \psi)}], \quad (2.12)$$

где комплексная величина $\underline{H}(-\omega)$ так же, как и $\underline{H}(\omega)$, определяется суммой в виде ряда

$$\underline{H}(-\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot e^{j\omega mT_d}. \quad (2.13)$$

Цифровые фильтры относятся к цифровым системам, у которых коэффициенты импульсной характеристики $a_0, a_1, a_2, \dots$ по выражению (2.8) являются действительными числами, поэтому для цифровых фильтров характеристики $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ являются комплексно сопряжёнными. Значит, модули величин $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$, называемые *амплитудно-частотными характеристиками* – АЧХ, одинаковы, а аргументы различаются знаком:

$$|\underline{H}(\omega)| = |\underline{H}(-\omega)|; \quad \beta(\omega) = -\beta(-\omega). \quad (2.14)$$

С учётом соотношений (2.14) выражение (2.12) приводится к виду

$$y(nT_d) = |\underline{H}(j\omega)| \sin[(\omega nT_d + \psi + \beta(\omega))]. \quad (2.15)$$

Следовательно, воздействие дискретной синусоиды на входе цифрового фильтра даёт его установившуюся реакцию также в виде дискретной синусоиды, изменённой по амплитуде в $|\underline{H}(\omega)|$ раз и фазовым сдвигом $\beta(\omega)$. Зависящий от частоты угол $\beta(\omega)$, вычисляемый как $\arg \underline{H}(\omega)$, представляет собой *фазочастотную характеристику* (ФЧХ) цифрового фильтра.

Подставив в выражение (2.10) вместо ω значение $\omega + 2\pi r/T_d$, где r – целое число (0, 1, 2, ...), получаем соотношение

$$H(j\omega) = H\left[j\left(\omega + 2r\frac{\pi}{T_d}\right)\right],$$

которое показывает, что характеристика $H(\omega)$ является периодической функцией частоты ω с периодом $T_\omega = 2\pi/T_d$, т.е. цифровой фильтр одинаково реагирует на частоты ω и $\omega + 2\pi r/T_d$.

2.2. ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

2.2.1. Нерекурсивные фильтры с равномодульными коэффициентами импульсной характеристики

Реакция нерекурсивных цифровых фильтров N -го порядка описывается уравнением

$$y(nT_d) = a_0 x(nT_d) + a_1 x[(n-1)T_d] + \dots + a_N x[(n-N)T_d].$$

Вначале рассмотрим простейший фильтр 1-го порядка ($N=1$), у которого коэффициенты $a_0 = a_1 = 0,5$, т.е. он имеет импульсную (рис. 2.7) и комплексные частотные характеристики

$$h(nT_d) = \sum_{k=0}^1 a_k \delta[(n-k)T_d] = \frac{\delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d]}{2};$$

$$\underline{H}(\pm\omega) = \frac{1 + e^{\mp j\omega T_d}}{2}.$$

Построение, поясняющее приведенные соотношения при $\omega_1 = 314 \text{ с}^{-1}$ ($f_1 = 50 \text{ Гц}$), $N=12$ ($T_d \approx 1,667 \text{ мс}$) и $N=6$ ($T_d \approx 3,333 \text{ мс}$), показано на рис. 2.8. Выделение из комплексной величины $\underline{H}(\omega)$ модуля $H(\omega)$ и аргументов $\beta(\omega)$ и $\beta(-\omega)$ определяют АЧХ и ФЧХ КИХ-фильтра, которые могут быть вычислены по формулам

$$H(\omega) = \left| \cos \frac{\omega T_d}{2} \right| = \left| \cos q \frac{\pi}{N} \right|;$$

$$\beta(\pm\omega) = \mp q \frac{\omega_1 T_d}{2} = \mp q \frac{\pi}{N},$$

где $q = \omega/\omega_1$, более наглядно иллюстрирующим свойства цифрового фильтра (рис. 2.9), близкого по свойствам к ФНЧ, подавляющему высокочастотные составляющие входного сигнала.

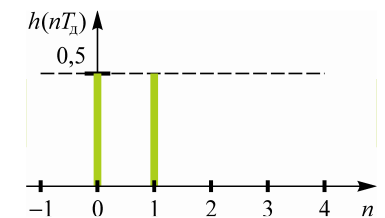


Рис. 2.7. Характеристика $h(nT_d)$ КИХ-фильтра 1-го порядка ($a_0 = a_1 = 0,5$)

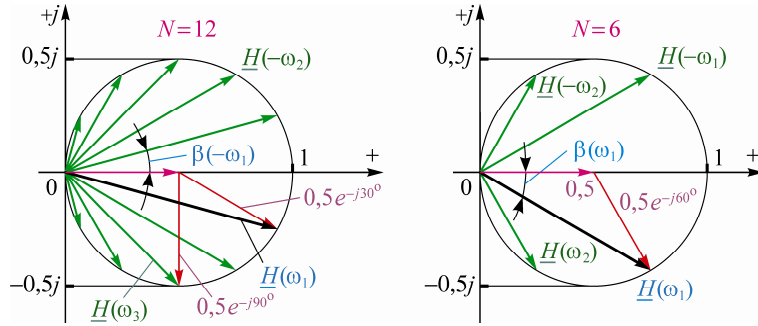


Рис. 2.8. Комплексные частотные характеристики КИХ-фильтров ($a_0 = a_1 = 0,5$; $N = 1$)

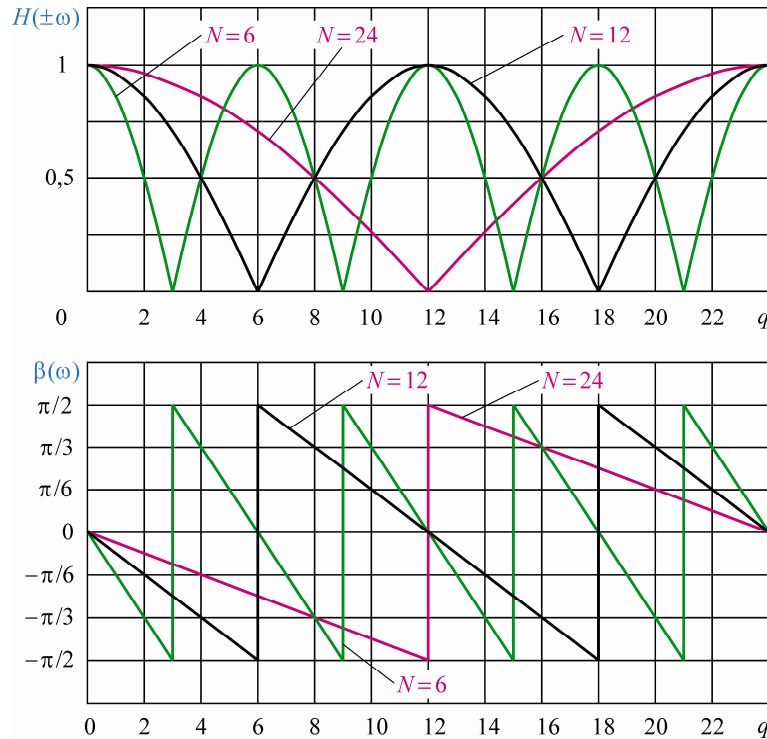


Рис. 2.9. АЧХ и ФЧХ нерекурсивных фильтров ($a_0 = a_1 = 0,5$; $N = 1$)

Анализ приведенных характеристик позволяет отметить, что фильтрующие свойства такого фильтра весьма специфические: кажется, что увеличение числа выборок с 6 до 24 улучшает фильтрующие свойства в силу несколько большего $|H(\omega_1)|$ на частоте 50 Гц: $|H(\omega_1)| = H(\omega_1) \rightarrow 1$, когда $N = 24$, и $H(\omega_1) \approx 0,87$ при $N = 6$. Однако в последнем случае имеет место полное подавление 3-й гармоники, в то время как ни $N = 12$, ни $N = 24$ этого не обеспечивают (здесь уместно заметить, что активный аналоговый ФНЧ, настроенный на фильтрацию высокочастотных составляющих, может полностью отфильтровать 3-ю гармонику, только если порядок фильтра $n \rightarrow \infty$).

Общий недостаток цифрового фильтра 1-го порядка заключается в передаче на выход без фильтрации синусоидальных сигналов, частота которых кратна $q = N, 2N, \dots$: $q = 6, 12, \dots$ ($N = 6$); $q = 12, 24, \dots$ ($N = 12$); $q = 24, 48, \dots$ ($N = 24$). Но если предварительной аналоговой фильтрацией высокие частоты больших кратностей подавляются легко, то частоты, близкие к ω_1 (3- и 5-я гармоники), "убрать" труднее, так как это требует применения активных ФНЧ и ППФ с высоким значением добротности (фильтры Чебышева). Высокодобротные фильтры в переходных режимах дают большую задержку в передаче сигналов. По этой причине из рассмотренных вариантов цифрового фильтра 1-го порядка для подавления 3-й гармоники предпочтительным является тот, у которого $N = 6$.

Что касается фазового сдвига $\beta(\omega)$ реакции нерекурсивного фильтра 1-го порядка, то при любых N имеет место линейное её изменение в диапазоне от $-\pi/2$ до $\pi/2$: $\beta(\omega_1) = -30^\circ$ при $N = 6$; $\beta(\omega_1) = -15^\circ$ – $N = 12$; $\beta(\omega_1) = -7^\circ 30'$ – $N = 24$ и т.д.

Интегрирующий КИХ-фильтр 2-го порядка ($N = 2$) с коэффициентами $a_0 = a_1 = a_2 = 1/3$ имеет импульсную (рис. 2.10) и комплексные частотные характеристики

$$h(nT_d) = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^2 \delta[(n-k)T_d] = \frac{\delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d] + \delta[(n-2)T_d]}{3};$$

$$\underline{H}(\pm\omega) = \sum_{m=0}^2 h(mT_d) \cdot e^{\mp j\omega m T_d} = \frac{1 + e^{\mp j\omega T_d} + e^{\mp j2\omega T_d}}{3} = \frac{1}{3} \left(1 + 2 \cos q \frac{2\pi}{N} \right) e^{\mp j q \frac{2\pi}{N}}.$$

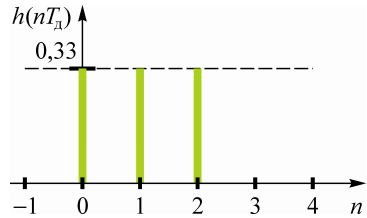


Рис. 2.10. Характеристика $h(nT_n)$ КИХ-фильтра 2-го порядка ($a_0 = a_1 = a_2 = 0,33$)

Построение, поясняющее приведенные соотношения при $\omega_1 = 314 \text{ с}^{-1}$, $N=12$ и $N=6$, показано на рис. 2.11.

Конец вектора $\underline{H}(\omega)$, характеризующий комплексную частотную характеристику нерекурсивного фильтра 2-го порядка, описывает траекторию, в отличие от фильтров 1-го порядка, у которых такая траектория представляет собой окружность, проходящую через начало координат комплексной плоскости (см. рис. 2.8), более сложной формы с двойным проходом через начало координат.

Отдельно для ω_1 на рис. 2.12 показано формирование векторов $\underline{H}(\omega_1)$ и $\underline{H}(-\omega_1)$, а также ортогональные составляющие вектора $\underline{H}(\omega_1)$, которые для разных значений ω определяют как модуль вектора $\underline{H}(\omega)$, так и его угол поворота $\beta(\omega)$. Для любых других частот модуль и аргументы комплексных величин $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ – АЧХ и ФЧХ КИХ-фильтра 2-го порядка – могут быть определены как

$$H(\omega) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left| \cos q \frac{2\pi}{N} \right|; \quad \beta(\pm\omega) = \mp q \frac{2\pi}{N}.$$

Вычисленные по приведенным соотношениям АЧХ и ФЧХ (рис. 2.13) иллюстрируют лучшее подавление высокочастотных составляющих входного сигнала в определенной полосе частот, т.е. нерекурсивный фильтр 2-го порядка по своим свойствам более близок к интегрирующему, чем КИХ-фильтр 1-го порядка. Увеличение числа выборок с 6 до 24 улучшает фильтрующие свойства не только в силу большего значения $H(\omega)$ на частоте 1-й гармоники (если $N=24$, $H(\omega_1) \approx 0,98$; $N=12$, $H(\omega_1) \approx 0,91$; $N=6$, $H(\omega_1) \approx 0,67$), но и ещё потому, что на некоторых высших гармониках, кратных $N/2 + rN$, значения $H(\omega) \approx 0,33$.

Сравнивая подавление 3-й гармоники КИХ-фильтрами 1-го и 2-го порядков можно констатировать, что второй для любых N не имеет $H(\omega_3) = 0$, т.е. говорить о полном подавлении 3-й гармо-

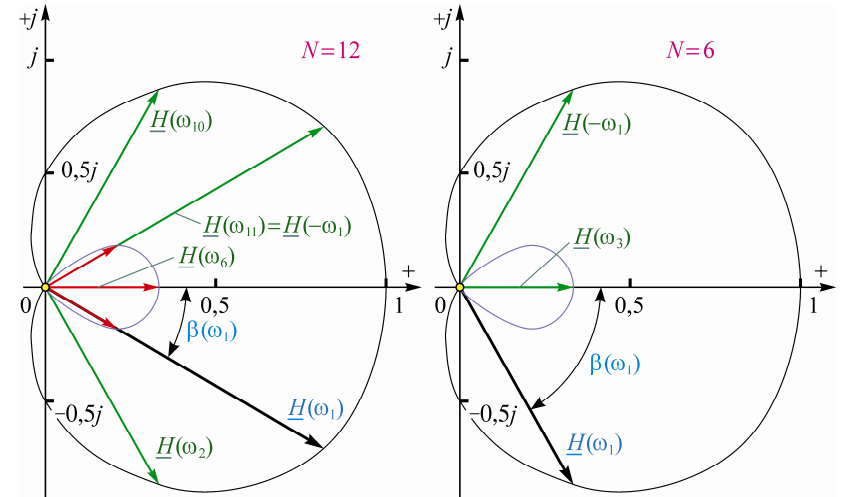


Рис. 2.11. Комплексные частотные характеристики КИХ-фильтров ($a_0 = a_1 = a_2 = 0,33$; $N = 2$)

ники здесь вообще не приходится (при $N=6$ и $N=12$ фильтр передаёт на выход примерно такой же сигнал, что и аналоговый фильтр 1-го порядка с частотой среза 50 Гц; увеличение N ухудшает подавление 3-й гармоники). Что же касается 5-й гармоники, то лучшим относительным подавлением обладает КИХ-фильтр с $N=12$: $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 3,73$ (при $N=24$ $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 2,33$).

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции фильтра 2-го порядка при любых N как и у фильтра 1-го порядка изменяется линейно, но в более широком интервале углов – от $-2\pi/3$ до $2\pi/3$: например, $\beta(\omega_1) = -60^\circ$ при $N=6$; $\beta(\omega_1) = -30^\circ$ при $N=12$; $\beta(\omega_2) = -120^\circ$ при $N=6$; $\beta(\omega_2) = -60^\circ$ при $N=12$; но $\beta(\omega_4) = -60^\circ$ или 120° , т.е. имеет место скачок фазы при $N=6$ и $\beta(\omega_4) = -120^\circ$ при $N=12$ и т.д.

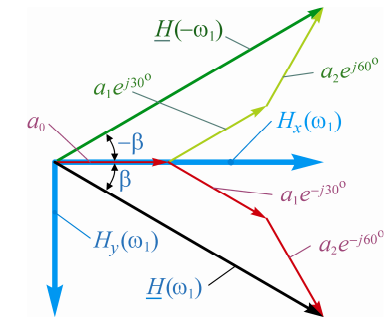


Рис. 2.12. Векторное представление величин $\underline{H}(\omega_1)$ и $\underline{H}(-\omega_1)$ при $\omega = \omega_1$

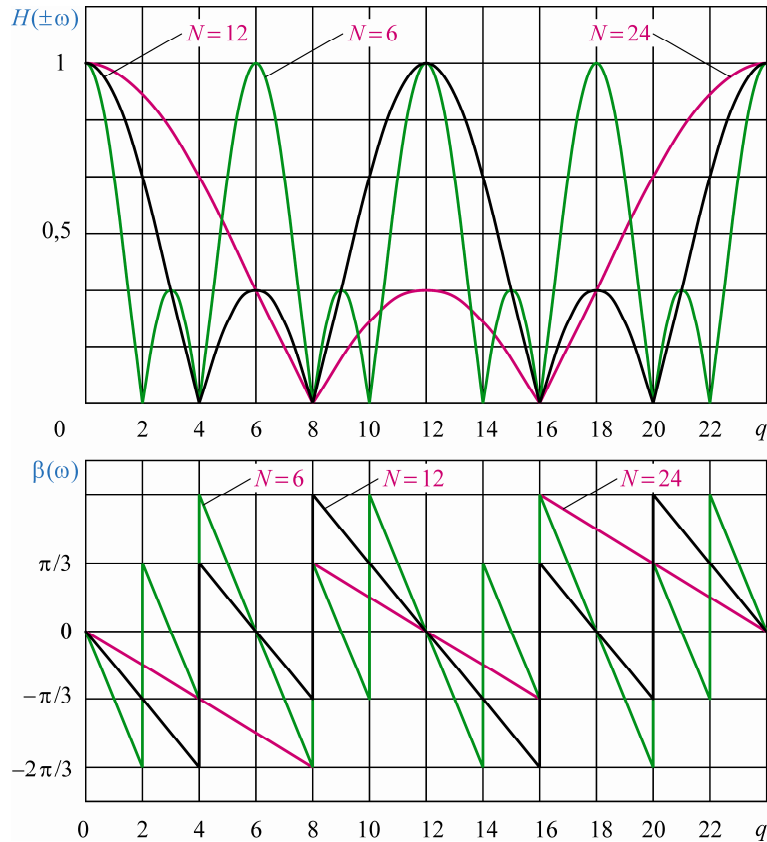


Рис. 2.13. АЧХ и ФЧХ КИХ-фильтров ($a_0 = a_1 = a_2 = 0,33$; $N = 2$)

Фильтрующие свойства рассмотренного интегрирующего фильтра применительно к мгновенным значениям очевидны из рис. 2.14, где, как и на рис. 2.3, б, приведены графические отображения функций $x(nT_d)$ и $y(nT_d)$ для случая, когда на 1-ю гармонику $x_1(t)$ единичной амплитуды наложена 3-я $x_3(t)$, амплитуда которой составляет 50 % относительно амплитуды 1-й, а их фазы одинаковы. График функции $y(t)$ имеет фазовый сдвиг -60° относительно воздействия.

По полученным результатам можно сделать следующий вывод: из трёх рассмотренных вариантов КИХ-фильтра 2-го порядка

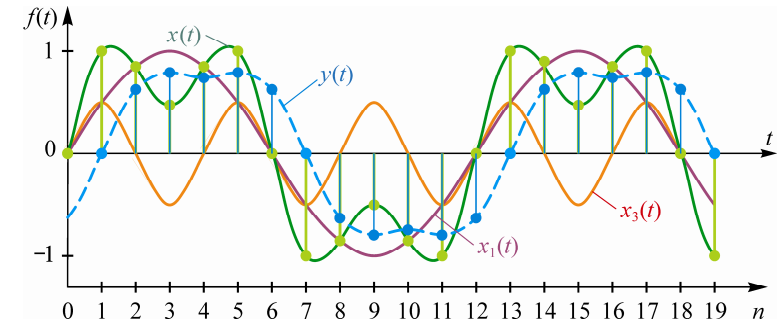


Рис. 2.14. Воздействие и реакция КИХ-фильтра 2-го порядка ($N = 12$)

предпочтительным является тот, у которого $N = 12$, поэтому очевидным, с точки зрения подавления высокочастотных составляющих (не только 3- и 5-й гармоник, а всего спектра), кажется целесообразность увеличения N .

Рассмотрим КИХ-фильтр 3-го порядка ($N = 3$). Такой фильтр имеет коэффициенты $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0,25$ импульсной (рис. 2.15) и комплексной частотной характеристик

$$h(nT_d) = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 \delta[(n-k)T_d] = \frac{\delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d] + \delta[(n-2)T_d] + \delta[(n-3)T_d]}{4};$$

$$\begin{aligned} \underline{H}(\omega) &= \sum_{m=0}^3 h(mT_d) \cdot e^{-j\omega m T_d} = \frac{1 + e^{-j\omega T_d} + e^{-2j\omega T_d} + e^{-3j\omega T_d}}{4} = \\ &= \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos q \frac{2\pi}{N} \right) e^{-jq \frac{4\pi}{N}}. \end{aligned}$$

Характеристика $\underline{H}(\omega)$ нерекурсивного фильтра 3-го порядка проходит через начало координат трижды за один цикл изменения q от 0 до $N-1$ (рис. 2.16). Траектория перемещения конца вектора $\underline{H}(\omega)$ начинается из точки $(1, 0)$ (здесь одно вещественное и три комплексных слагающих – 0,25;

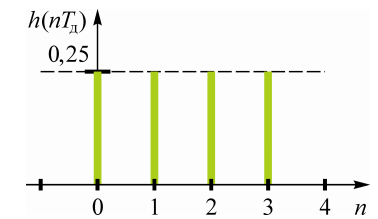


Рис. 2.15. Импульсная характеристика КИХ-фильтра 3-го порядка ($a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0,25$)

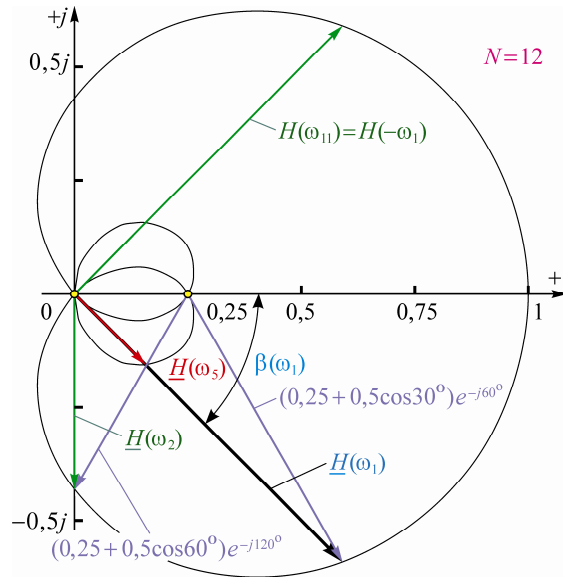


Рис. 2.16. Комплексная частотная характеристика КИХ-фильтра ($a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0,25$; $N = 3$)

$0,25e^{-j\omega T_d}$; $0,25e^{-j2\omega T_d}$ и $0,25e^{-j3\omega T_d}$ — имеют аргумент, равный нулю), далее последовательно следуют 4-, 3-, 1-й, опять 4-, 1-, 4-й, затем 2-й и, наконец, 1-й квадранты.

Выделяя модуль и аргумент из выражения, описывающего комплексную частотную характеристику КИХ-фильтра 3-го порядка, полагая его частичной суммой геометрической прогрессии, получаем формулы для расчёта АЧХ и ФЧХ (рис. 2.17):

$$H(\omega) = \left| \frac{\sin q \frac{4\pi}{N}}{4 \sin q \frac{\pi}{N}} \right|; \beta(\pm\omega) = \mp q \frac{3\pi}{N}.$$

Графики АЧХ фильтра 3-го порядка показывают, что увеличение числа выборок в целом усиливает фильтрующие свойства как в силу большего значения $H(\omega_1)$ (если $N=24$, $H(\omega_1) \approx 0,96$; $N=12$, $H(\omega_1) \approx 0,84$; $N=6$, $H(\omega_1) \approx 0,43$), так и потому, что на всех высших гармониках, кратных $0,25N(1+r)$, кроме кратных N , зна-

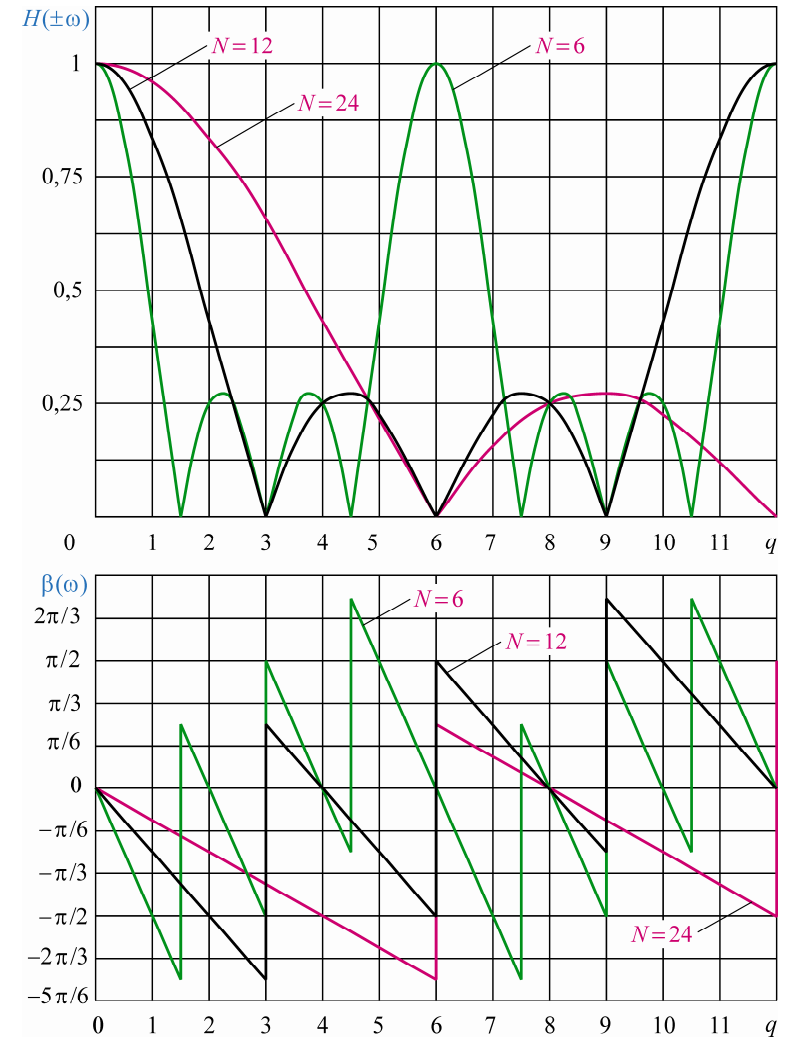


Рис. 2.17. АЧХ и ФЧХ КИХ-фильтров ($a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0,25$; $N = 3$)

чения $H(\omega) \approx 0,21$, т.е. относительное подавление указанных гармоник более сильное, чем у фильтра 2-го порядка. Однако и здесь на кратных N высших гармониках $H(\omega)$ имеет такое же значение, что и на нулевой частоте, т.е. больше, чем при ω_1 .

Сравнивая подавление 3-й гармоники КИХ-фильтрами 2-го и 3-го порядков, следует отметить, что второй для $N=6$ и $N=12$ имеет $H(\omega_3)=0$, т.е. полностью подавляет 3-ю гармонику, что является весьма важным.

Лучшим относительным подавлением 5-й гармоники обладает КИХ-фильтр с $N=24$: $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 4,67$, в то время как при $N=12$ $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 3,74$.

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции фильтра 3-го порядка изменяется линейно в интервале углов – от $-\pi/4$ до $\pi/4$: например, $\beta(\omega_1) = -90^\circ$ при $N=6$; $\beta(\omega_1) = -45^\circ$ при $N=12$; $\beta(\omega_2) = 0$ при $N=6$; $\beta(\omega_2) = -90^\circ$ при $N=12$; но $\beta(\omega_{1,5}) = -45^\circ$ со скачком фазы до 135° при $N=6$ и $\beta(\omega_3) = -45^\circ$ при $N=12$ и т.д.

Из анализа частотных характеристик КИХ-фильтра 3-го порядка можно сделать вывод о том, что из трёх рассмотренных вариантов лучшими фильтрующими свойствами обладает тот, у которого $N=12$, так как он полностью подавляет 3-, 6- и 9-ю гармоники. К тому же он неплохо подавляет 5- и 7-ю гармоники: $H(\omega_1)/H(\omega_5) = H(\omega_1)/H(\omega_7) \approx 3,74$, существенно хуже обстоит дело с 2- и 10-й гармониками: $H(\omega_1)/H(\omega_2) = H(\omega_1)/H(\omega_{10}) \approx 1,93$.

2.2.2. Рекурсивные фильтры с равномодульными коэффициентами импульсной характеристики

Для исследования частотных свойств БИХ-фильтров удобно использовать методы z -преобразования, определяющего для ЛДС с известной импульсной характеристикой

$$h(nT_d) = \sum_{k=0}^N a'_k \delta[(n-k)T_d] - \sum_{r=1}^M b'_r h[(n-r)T_d],$$

её z -образ по формуле прямого z -преобразования [16]:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(nT_d) z^{-n}. \quad (2.16)$$

Сравнивая передаточную функцию (2.16) с функцией (2.10):

$$\underline{H}(\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} h(mT_d) \cdot e^{-j\omega mT_d},$$

легко заметить их взаимосвязь при $z = e^{j\omega T_d}$:

$$H(z)|_{z=e^{j\omega T_d}} = \underline{H}(\omega). \quad (2.17)$$

Из соотношения (2.17) следует, что комплексная частотная характеристика $H(j\omega)$ тождественна передаточной функции $H(z)$ на единичной окружности комплексной z -плоскости, задаваемой экспонентой $e^{j\omega T_d}$. Следовательно, при известной передаточной функции БИХ-фильтров

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{1 + \sum_{r=1}^M b_r z^{-r}}$$

замена $z = e^{j\omega T_d}$ даёт комплексную частотную характеристику

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k e^{-jk\omega T_d}}{1 + \sum_{r=1}^M b_r e^{-jr\omega T_d}}. \quad (2.18)$$

Вначале рассмотрим методику расчёта частотных характеристик рекурсивных фильтров 1-го порядка, передаточная функция которых описывается уравнением

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 + b_1 z^{-1}}.$$

После замены переменной z на переменную $e^{j\omega T_d}$ получаем комплексную частотную характеристику

$$\underline{H}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 e^{-j\omega T_d}}{1 + b_1 e^{-j\omega T_d}}. \quad (2.19)$$

Используя формулы Эйлера, преобразуем выражение (2.19) в отношение комплексных полиномов:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 \cos \omega T_d - j a_1 \sin \omega T_d}{1 + b_1 \cos \omega T_d - j b_1 \sin \omega T_d}, \quad (2.20)$$

затем выделяя из выражения (2.20) модуль и аргумент, получаем

формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ:

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 + a_1 \cos \omega T_d)^2 + a_1^2 \sin^2 \omega T_d}{(1 + b_1 \cos \omega T_d)^2 + b_1^2 \sin^2 \omega T_d}} = \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos \omega T_d}{1 + b_1^2 + 2b_1 \cos \omega T_d}}, \quad (2.21)$$

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{b_1 \sin \omega T_d}{1 + b_1 \cos \omega T_d} - \arctg \frac{a_1 \sin \omega T_d}{a_0 + a_1 \cos \omega T_d}. \quad (2.22)$$

Передаточная функция рекурсивных фильтров 2-го порядка описывается уравнением

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}.$$

После замены переменной z на переменную $e^{j\omega T_d}$ получаем комплексную частотную характеристику

$$\underline{H}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 e^{-j\omega T_d} + a_2 e^{-j2\omega T_d}}{1 + b_1 e^{-j\omega T_d} + b_2 e^{-j2\omega T_d}}. \quad (2.23)$$

Тригонометрическая форма уравнения (2.23) имеет вид

$$\underline{H}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 \cos \omega T_d + a_2 \cos 2\omega T_d - j a_1 \sin \omega T_d - j a_2 \sin 2\omega T_d}{1 + b_1 \cos \omega T_d + b_2 \cos 2\omega T_d - j b_1 \sin \omega T_d - j b_2 \sin 2\omega T_d}. \quad (2.24)$$

Представление комплексной величины (2.24) в виде модуля и аргумента даёт формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ рекурсивных фильтров 2-го порядка:

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 + a_1 \cos \omega T_d + a_2 \cos 2\omega T_d)^2 + (a_1 \sin \omega T_d + a_2 \sin 2\omega T_d)^2}{(1 + b_1 \cos \omega T_d + b_2 \cos 2\omega T_d)^2 + (b_1 \sin \omega T_d + b_2 \sin 2\omega T_d)^2}}. \quad (2.25)$$

$$\beta(\omega) = \beta_1(\omega) - \beta_2(\omega); \beta(-\omega) = -\beta(\omega), \quad (2.26)$$

где фазовые сдвиги

$$\beta_1(\omega) = \arctg \frac{-b_1 \sin \omega T_d - b_2 \sin 2\omega T_d}{1 + b_1 \cos \omega T_d + b_2 \cos 2\omega T_d};$$

$$\beta_2(\omega) = \arctg \frac{-a_1 \sin \omega T_d - a_2 \sin 2\omega T_d}{a_0 + a_1 \cos \omega T_d + a_2 \cos 2\omega T_d}.$$

Используя формулы двойных углов, после тригонометрических преобразований получаем

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + 2\cos \omega T_d (a_0 a_1 + a_1 a_2 + a_0 a_2 \cos 2\omega T_d)}{1 + b_1^2 + b_2^2 + 2\cos \omega T_d (b_1 + b_1 b_2 + b_2 \cos 2\omega T_d)}}; \quad (2.27)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_1(\omega) &= \arctg \frac{\sin \omega T_d (b_1 + 2b_2 \cos \omega T_d)}{\cos \omega T_d (1 + 2b_2 \cos \omega T_d) - 1}; \\ \beta_2(\omega) &= \arctg \frac{\sin \omega T_d (a_1 + 2a_2 \cos \omega T_d)}{\cos \omega T_d (a_0 + 2a_2 \cos \omega T_d) - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Аналогичным образом можно вывести расчётные соотношения для БИХ-фильтров более высоких порядков.

Оценим влияние порядка рекурсивного фильтра на его частотные свойства на примерах, когда параметры БИХ-фильтров аналогичны параметрам КИХ-фильтров.

Пусть в БИХ-фильтре 1-го порядка ($N=1$ и $M=1$) реакция на воздействие формируется согласно разностному уравнению (2.2) по выражению

$$y(nT_d) = \frac{1}{4} \{x(nT_d) + x[(n-1)T_d]\} + \frac{1}{2} y[(n-1)T_d].$$

В разностном уравнении, определяющем реакцию фильтра, коэффициенты $a_0 = a_1 = 0,25$, $b_1 = -0,5$, следовательно, бесконечная импульсная характеристика фильтра описывается как

$$h(nT_d) = 0,25 \{ \delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d] \} + 0,5 h[(n-1)T_d].$$

Графическое отображение характеристики $h(nT_d)$ на первых 6 отсчётах представлено на рис. 2.18.

Передаточная функция фильтра в соответствии с коэффициентами разностного уравнения

$$H(z) = \frac{0,25 + 0,25z^{-1}}{1 - 0,5z^{-1}}.$$

По передаточной функции и обобщённой формуле (2.19) запишем выражение,

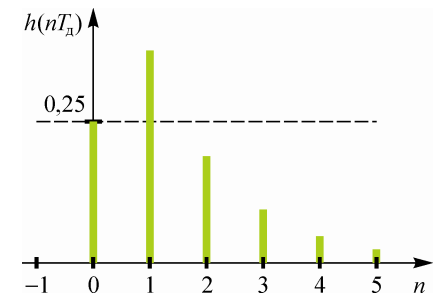


Рис. 2.18. Импульсная характеристика БИХ-фильтра 1-го порядка ($a_0 = a_1 = 0,25$, $b_1 = -0,5$)

описывающее комплексную частотную характеристику рассматриваемого БИХ-фильтра:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{0,25(1 + e^{-j\omega T_d})}{1 - 0,5e^{-j\omega T_d}}.$$

Согласно формуле (2.20) после преобразований получаем

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + \cos \omega T_d - 3j \sin \omega T_d}{2(5 - 4 \cos \omega T_d)}.$$

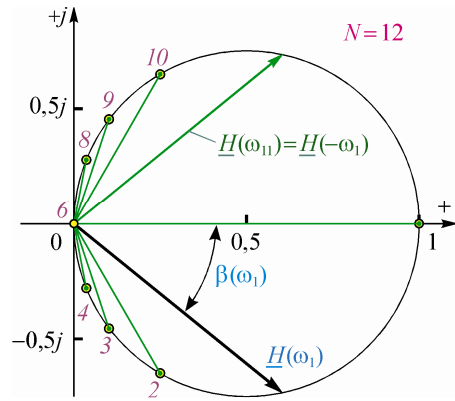


Рис. 2.19. Характеристика $\underline{H}(\omega)$ БИХ-фильтра ($a_0 = a_1 = 0,25$; $N = 1$; $b_1 = -0,5$; $M = 1$)

Годограф комплексной величины $\underline{H}(\omega)$ приведен на рис. 2.19, где показан вектор $\underline{H}(\omega_1)$, определяющий величину $\underline{H}(\omega)$ при $\omega_1 = 314 \text{ с}^{-1}$, $N = 12$ и $T_d \approx 1,667 \text{ мс}$. Годограф комплексной частотной характеристики рекурсивного фильтра 1-го порядка представляет собой размещенную в правой полуплоскости окружность. Годограф проходит через начало координат один раз за цикл изменения частоты в основной полосе ($q = 0 \dots 6$).

Выделение из комплексной величины $\underline{H}(\omega)$ модуля $H(\omega)$ и аргументов $\beta(\omega)$ и $\beta(-\omega)$ определяет АЧХ и ФЧХ (рис. 2.20)

$$H(\omega) = \frac{\sqrt{\cos q \frac{2\pi}{N} \left(1 + \cos q \frac{2\pi}{N}\right) + 5 \sin^2 q \frac{2\pi}{N}}}{\sqrt{2} \left(5 - 4 \cos q \frac{2\pi}{N}\right)} = \frac{\sqrt{1 + \cos q \frac{2\pi}{N} + 4 \sin^2 q \frac{2\pi}{N}}}{\sqrt{2} \left(5 - 4 \cos q \frac{2\pi}{N}\right)};$$

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{-3 \sin q \frac{2\pi}{N}}{1 + \cos q \frac{2\pi}{N}}; \quad \beta(-\omega) = \arctg \frac{3 \sin q \frac{2\pi}{N}}{1 + \cos q \frac{2\pi}{N}}.$$

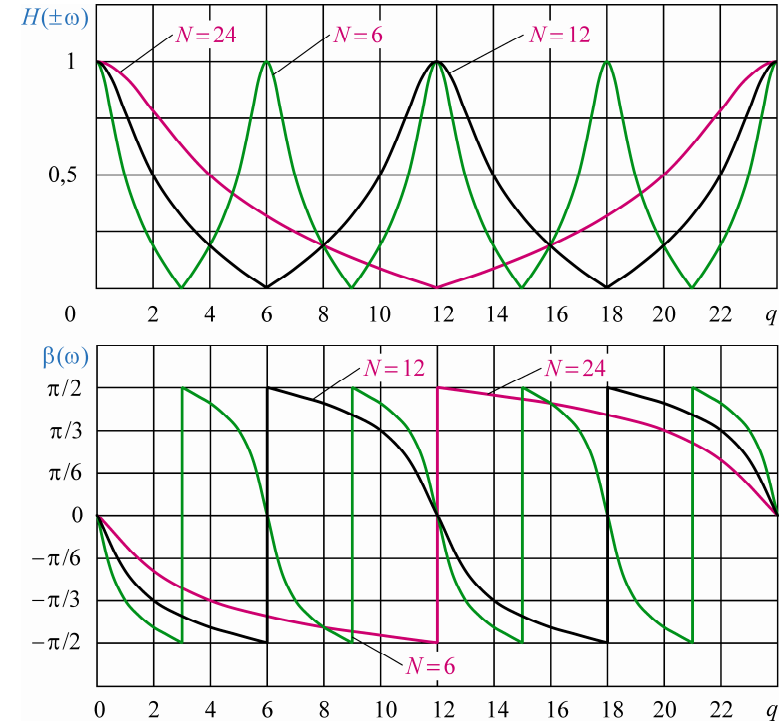


Рис. 2.20. АЧХ и ФЧХ БИХ-фильтров ($a_0 = a_1 = 0,25$; $N = 1$; $b_1 = -0,5$; $M = 1$)

Анализируя АЧХ БИХ- и КИХ-фильтров (см. рис. 2.9) 1-го порядка, можно заметить аналогию их частотных свойств.

Увеличение числа выборок с 6 до 24 обуславливает повышение значения модуля комплексной величины $\underline{H}(\omega_1)$: $H(\omega_1) = 0,5$ при $N = 6$ и $H(\omega_1) \approx 0,78$; $0,93$ при $N = 12$; 24 соответственно. В первом случае осуществляется полное подавление 3-й гармоники, т.е. относительный коэффициент подавления 3-й гармоники рекурсивного фильтра $H(\omega_1)/H(\omega_3)$ стремится к идеальному. Однако относительный коэффициент подавления 5-й гармоники $H(\omega_1)/H(\omega_5) = 1$, что весьма нежелательно.

БИХ-фильтр, "работающий" с 12 выборками ($T_d \approx 1,667 \text{ мс}$), имеет $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 2,44$; $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 8,75$; а фильтр, у которого $N = 24$ ($T_d \approx 0,833 \text{ мс}$), имеет $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 1,48$; $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 2,34$.

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции БИХ-фильтра 1-го порядка имеет явно выраженный нелинейный характер, особенно сильный при небольших значениях N , и изменяется в диапазоне углов от $-\pi/2$ до $\pi/2$: $\beta(\omega_1) = -60^\circ$ и $\beta(\omega_3) = \pm 90^\circ$ при $N=6$ и $\beta(\omega_1) \approx -38^\circ 47'$; $-21^\circ 33'$ и $\beta(\omega_3) \approx -71^\circ 34'$; $-51^\circ 11'$ при $N=12$; $N=24$ соответственно и т.д. Естественно, что аналогичная картина наблюдается и для углов $\beta(-\omega)$.

Рекурсивный фильтр 2-го порядка, реакция которого формируется по разностному уравнению (2.5):

$$y(nT_d) = \frac{x(nT_d) + x[(n-1)T_d] + x[(n-2)T_d]}{9} + \frac{y[(n-1)T_d] + y[(n-2)T_d]}{3},$$

подобен интегрирующему КИХ-фильтру 2-го порядка, "работающему" по уравнению (2.4).

Для БИХ-фильтра с коэффициентами разностного уравнения $a_0 = a_1 = a_2 = 1/9$, $b_1 = b_2 = 1/3$ импульсная характеристика

$$h(nT_d) = \frac{\delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d] + \delta[(n-2)T_d]}{9} + \frac{h[(n-1)T_d] + h[(n-2)T_d]}{3}.$$

Её графическое отображение для первых 12 отсчётов представлено на [рис. 2.21](#).

Передаточная функция фильтра в соответствии с коэффициентами разностного уравнения

$$H(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{3(3 - z^{-1} - z^{-2})}.$$

По этой функции и уравнению (2.23) запишем выражение для комплексной частотной характеристики:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + e^{-j\omega T_d} + e^{-j2\omega T_d}}{3(3 - e^{-j\omega T_d} - e^{-j2\omega T_d})}.$$

Воспользовавшись формулой (2.24), приведём это уравнение к тригонометрической форме

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + \cos \omega T_d + \cos 2\omega T_d - j \sin \omega T_d - j \sin 2\omega T_d}{3(3 - \cos \omega T_d - \cos 2\omega T_d + j \sin \omega T_d + j \sin 2\omega T_d)}.$$

Графическое отображение комплексной величины $\underline{H}(\omega)$ приведено на [рис. 2.22](#), где показан вектор $\underline{H}(\omega_1)$, определяющий вели-

чину $\underline{H}(\omega)$ при $\omega_1 = 314 \text{ с}^{-1}$, $N=12$ ($T_d \approx 1,667 \text{ мс}$), а также вектор $\underline{H}(\omega_{11})$, определяющий величину $\underline{H}(\omega)$ при $q=11$.

В целом комплексная частотная характеристика БИХ-фильтров 2-го порядка отображается двумя сопрягающимися окружностями неправильной формы, проходит через начало координат дважды за один цикл изменения q от 0 до $N-1$ и подобна комплексной частотной характеристике КИХ-фильтров 2-го порядка ([см. рис. 2.11](#)).

По аналогии с соотношениями (2.27) и (2.28) представим комплексную величину $\underline{H}(\omega)$ в показательной форме, выделив из неё модуль и аргумент:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3 + 2\cos q \frac{2\pi}{N} \left(1 + \cos^2 q \frac{2\pi}{N}\right)}{11 - 2\cos q \frac{2\pi}{N} \left(5 + 6\cos^2 q \frac{2\pi}{N}\right)}};$$

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{\sin q \frac{2\pi}{N} \left(1 + 2\cos q \frac{2\pi}{N}\right)}{4 - \cos q \frac{2\pi}{N} \left(1 + 2\cos q \frac{2\pi}{N}\right)} + q \frac{2\pi}{N}.$$

Общий характер АЧХ нерекурсивных ([см. рис. 2.13](#)) и рекурсивных фильтров 2-го порядка идентичен ([рис. 2.23](#)), но количественные показатели сильно различаются. В частности, изменение числа выборок с 6 до 24 даёт существенное повышение значения модуля величины $\underline{H}(\omega_1)$: $H(\omega_1) \approx 0,19; 0,43; 0,7$ при $N=6; 12; 24$ соответственно.

Сравнивая реакцию БИХ- и КИХ-фильтров на синусоидальное воздействие частоты 150 Гц и 250 Гц, можно констатировать, что первые не всегда имеют лучший показатель относительного

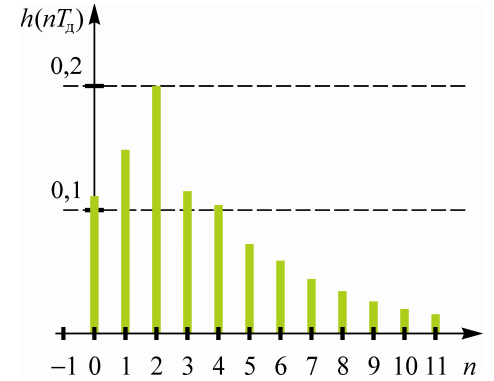


Рис. 2.21. Импульсная характеристика БИХ-фильтра 2-го порядка

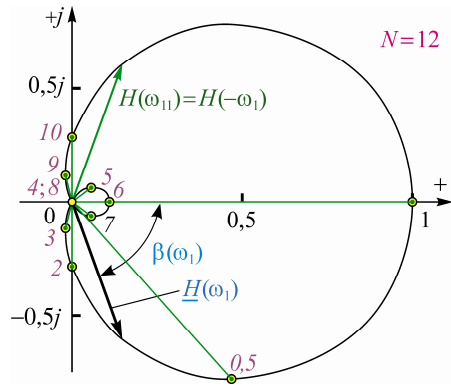


Рис. 2.22. Характеристика $\underline{H}(\omega)$ БИХ-фильтра ($a_0 = a_1 = a_2 = 1/9$; $b_2 = b_1 = -1/3$; $\mathbf{N}=2$; $\mathbf{M}=2$)

подавления 3-й гармоники: $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 5,28$; 2,49; 1,73 против $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 2,74$; 1,21 и $H(\omega_1)/H(\omega_3) = 2$ при $N=12$; 24; 6 соответственно, но всегда лучший показатель относительного подавления 5-й гармоники: $H(\omega_1)/H(\omega_5) = 1$ у обоих при $N=6$, а также $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 5,94$; 5,4 против $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 3,73$; 1,93 при $N=12$; 24 соответственно.

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции рекурсивных фильтров 2-го порядка так же, как и у рекурсивных фильтров 1-го порядка (см. рис. 2.20), имеет сильно выраженный нелинейный характер, но с более широким диапазоном изменения углов от $-2\pi/3$ до $2\pi/3$: $\beta(\omega_1) \approx -69^\circ 54'$; $-48^\circ 6'$ и $\beta(\omega_1) = -90^\circ$, а также $\beta(\omega_2) = -90^\circ$, $\beta(\omega_2) \approx -69^\circ 54'$ и $\beta(\omega_2) = -120^\circ$ или $+60^\circ$ при $N=12$; 24; 6 соответственно и т.д. Однако в основной полосе частот при $q = N/3$ скачок фазы равен 180° .

В рекурсивном фильтре 3-го порядка, реакция которого формируется по разностному уравнению

$$y(nT_d) = \frac{x(nT_d) + x[(n-1)T_d] + x[(n-2)T_d] + x[(n-3)T_d]}{16} + \frac{y[(n-1)T_d] + y[(n-2)T_d] + y[(n-3)T_d]}{4},$$

нерекурсивная часть подобна КИХ-фильтру 3-го порядка.

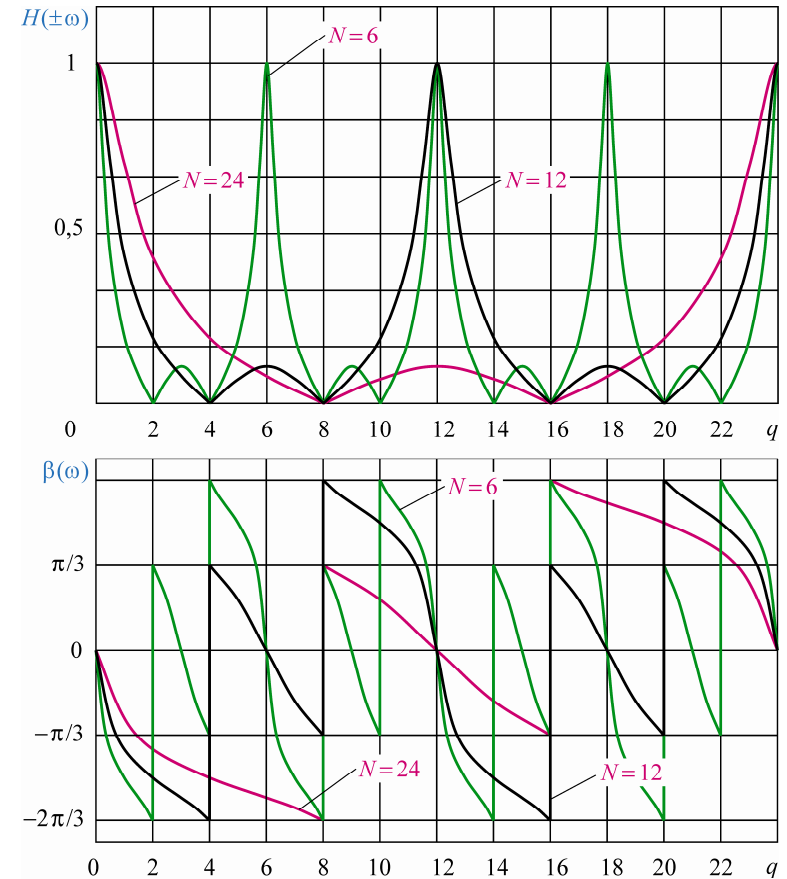


Рис. 2.23. АЧХ и ФЧХ рекурсивных фильтров 2-го порядка: ($a_0 = a_1 = a_2 = 1/9$; $b_2 = b_1 = -1/3$; $\mathbf{N}=2$; $\mathbf{M}=2$)

У такого БИХ-фильтра коэффициенты $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 1/16$, $b_1 = b_2 = b_3 = 1/4$ и импульсная характеристика содержит в нерекурсивной части 4 слагаемых, а в рекурсивной – 3:

$$h(nT_d) = \frac{\delta(nT_d) + \delta[(n-1)T_d] + \delta[(n-2)T_d] + \delta[(n-3)T_d]}{16} + \frac{h[(n-1)T_d] + h[(n-2)T_d] + h[(n-3)T_d]}{4}.$$

Согласно этому разностному уравнению передаточная функция БИХ-фильтра 3-го порядка при известных коэффициентах импульсной характеристики запишется как

$$H(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}{4(4 - z^{-1} - z^{-2} - z^{-3})},$$

тогда комплексная частотная характеристика принимает вид

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + e^{-j\omega T_d} + e^{-j2\omega T_d} + e^{-j3\omega T_d}}{4(4 - e^{-j\omega T_d} - e^{-j2\omega T_d} - e^{-j3\omega T_d})}.$$

По аналогии с выводом уравнений (2.20) и (2.24) можно показать, что характеристика $\underline{H}(\omega)$ БИХ-фильтра 3-го порядка представляется в тригонометрической форме

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + \cos \omega T_d + \cos 2\omega T_d + \cos 3\omega T_d - j \sin \omega T_d - j \sin 2\omega T_d - j \sin 3\omega T_d}{4(4 - \cos \omega T_d - \cos 2\omega T_d - \cos 3\omega T_d + j \sin \omega T_d + j \sin 2\omega T_d + j \sin 3\omega T_d)}.$$

Графическое отображение импульсной характеристики (рис. 2.24) иллюстрирует удлинение нарастающей части её огибающей по сравнению с подобной кривой БИХ-фильтра 2-го порядка (см. рис. 2.21). В то же время интенсивность спада огибающей выше. Оба фактора объясняются увеличением числа рекурсивных слагаемых характеристики $h(nT_d)$.

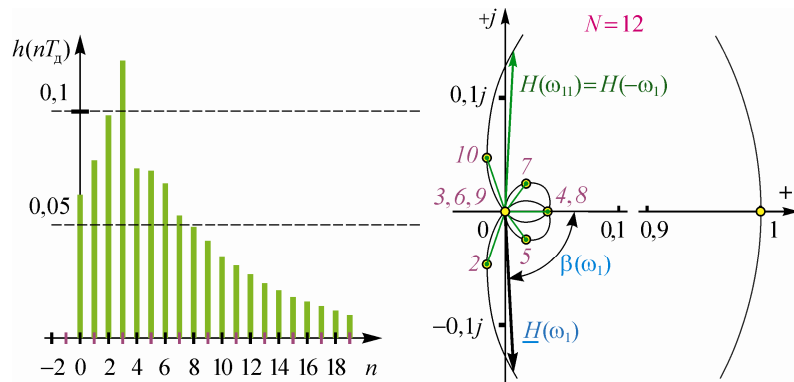


Рис. 2.24. Импульсная и комплексная частотная характеристики БИХ-фильтра 3-го порядка ($a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 1/16$, $b_1 = b_2 = b_3 = -1/4$)

Характеристика $\underline{H}(\omega)$ показана на рис. 2.24 для случая, когда $\omega_1 = 314 \text{ с}^{-1}$ и $N=12$, фрагментарно и в таком масштабе, чтобы нагляднее было видно её поведение в окрестностях начала координат комплексной плоскости. Она проходит через начало координат комплексной плоскости трижды ($q=3, 6, 9$) и пересекает ось абсцисс дважды ($q=4, 8$) за один полный цикл изменения кратности (от $0 \leq q \leq N-1$).

Выделим из комплексной величины $\underline{H}(\omega)$ её модуль:

$$H(\omega) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\left(1 + \sum_{k=1}^3 \cos k\omega T_d\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^3 \sin k\omega T_d\right)^2}{\left(4 - \sum_{k=1}^3 \cos k\omega T_d\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^3 \sin k\omega T_d\right)^2}},$$

определяющий АЧХ рекурсивного фильтра 3-го порядка, и фазовый сдвиг, определяющий его ФЧХ:

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{-\sum_{k=1}^3 \sin k\omega T_d}{1 + \sum_{k=1}^3 \cos k\omega T_d} - \arctg \frac{\sum_{k=1}^3 \sin k\omega T_d}{4 - \sum_{k=1}^3 \cos k\omega T_d}.$$

Анализ АЧХ рекурсивных фильтров 3-го (рис. 2.25) и 2-го (см. рис. 2.23) порядков показывает весомые преимущества первого: во-первых, он полностью подавляет 3-ю гармонику, когда $N=6$ и $N=12$, несмотря на то, что при $N=24$ показатель подавления 3-й гармоники невысок – $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 3,31$; во-вторых, показатель подавления 5-й гармоники $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 4,63$; 12,18 против $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 5,94$; 5,4 при $N=12^*$; 24 соответственно, однако при $N=6$ $H(\omega_1)/H(\omega_5) = 1$; в третьих, на некратных целому числу частотах, при которых наблюдаются максимумы АЧХ, показатель относительного подавления высших гармоник лишь немногим меньше (например, при $N=12$ показатель $H(\omega_1)/H(\omega_{4,5}) = H(\omega_1)/H(\omega_{7,5}) = 3,5$ против $H(\omega_1)/H(\omega_6) \approx 3,86$).

* У такого же нерекурсивного фильтра 3-го порядка аналогичный показатель хуже: $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 3,73$, когда $N=12$.

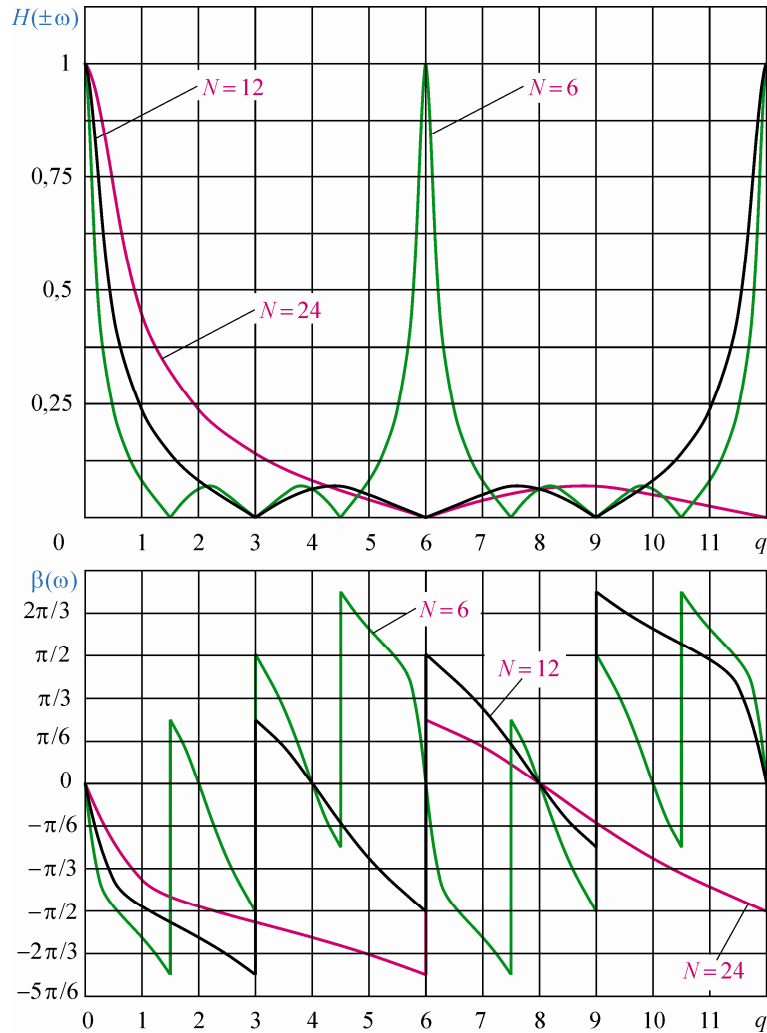


Рис. 2.25. АЧХ и ФЧХ рекурсивных фильтров 3-го порядка:
($a_0 = a_1 = a_2 = 1/16$, $b_1 = b_2 = b_3 = -1/4$; $N=3$; $M=3$)

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции БИХ-фильтра 3-го порядка (см. рис. 2.25) имеет диапазон изменения углов от $-3\pi/4$ до $3\pi/4$: $\beta(\omega_{1,5}) = \beta(\omega_3) = \beta(\omega_6) = -135^\circ$ или $+45^\circ$ при $N=6$; 12; 24 соответ-

венно, т.е. скачок фазы, равный 180° , происходит при $q = N/4$, $N/2$ в основной полосе частот; $\beta(\omega_1) \approx -109^\circ 7'$; $-86^\circ 57'$; $-48^\circ 6'$ при $N=6$; 12; 24 соответственно.

Сопоставляя по параметрам БИХ-фильтры 1-, 2- и 3-го порядков можно констатировать, что с точки зрения фильтрации высших гармоник фильтр 3-го порядка наиболее эффективен для целей релейной защиты, когда он "работает" с 12 выборками. Вместе с тем БИХ-фильтр 3-го порядка является и более эффективным, чем КИХ-фильтр того же порядка.

2.3. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

2.3.1. Требования к синтезу цифровых фильтров

В процессе синтеза КИХ- и БИХ-фильтров используются принципиально отличные методы, причём сами методы могут быть как оптимальными, так и не оптимальными. По этой причине выделяют фильтры, которые реализованы на принципах *оптимального синтеза*, и фильтры, при синтезе которых на оптимальность не обращается внимание [16].

Результаты синтеза цифровых фильтров зависят от предъявляемых к ним требований, которые формулируются либо во временной области, либо в частотной. Та или иная формулировка требований определяется назначением цифрового фильтра.

Во временной области требования задаются к импульсной $h(nT_d)$ и переходной $g(nT_d)$ характеристиками, а частотные свойства фильтра не имеют существенного значения.

В частотной области требования могут предъявляться:

- 1) только к АЧХ без каких-либо требований к ФЧХ;
- 2) только к ФЧХ, когда необходимы определённые фазовые соотношения между воздействием в виде гармонического сигнала и реакцией;
- 3) сразу к АЧХ и ФЧХ.

В большинстве электронных и микропроцессорных реле для извлечения полезного сигнала из входных токов и напряжений применяются ФНЧ и ППФ, причём удельный вес требований к АЧХ существенно превышает требования к ФЧХ. В этой связи рассмотрим исходные требования к таким цифровым фильтрам с

идеальными АЧХ, которые в практических устройствах реализовать невозможно и приходится лишь с какой-то степенью точности к ним приближаться как в *полосе пропускания*, так и в *полосе подавления*, которых в ФНЧ одна (рис. 2.26, а), а в ППФ две (рис. 2.26, б).

Реальный ФНЧ помимо полос пропускания и подавления имеет и *переходной участок* (рис. 2.26, в). Его полоса пропускания ограничена сверху значением частоты среза $\omega_{\text{ср}}$, переходной участок включает частоты $\omega_{\text{ср}} \leq \omega \leq \omega_{\text{в}}$ ($\omega_{\text{в}}$ – "верхняя" частота), полоса подавления включает все частоты выше $\omega_{\text{в}}$. Реальный ППФ имеет два переходных участка (рис. 2.26, г). Его 1-я полоса подавления ограничена сверху значением "нижней" частоты $\omega_{\text{н}}$, 1-й переходной участок включает частоты $\omega_{\text{н}} < \omega \leq \omega_{\text{ср1}}$, полоса пропускания включает частоты $\omega_{\text{ср1}} < \omega < \omega_{\text{ср2}}$, 2-й переходной участок включает частоты $\omega_{\text{ср2}} \leq \omega < \omega_{\text{в}}$, 2-я полоса подавления включает все частоты, начиная с $\omega_{\text{в}}$ и выше.

Степень приближения АЧХ проектируемого цифрового фильтра к идеальной характеристике связана с назначением фильтра и предъявляемыми к нему требованиями, к которым относятся [16]:

- 1) частота дискретизации $\omega_{\text{д}}$ и тип фильтра (ФНЧ или ППФ);
- 2) требования к АЧХ, подразумевающие задание всех характерных частот только в основной полосе частот $0 \leq \omega \leq \omega_{\text{д}}/2$ (формулируются в виде допустимых отклонений в полосе пропускания $1 - \delta_1 \leq k_{\text{п*}}(\omega) \leq 1 + \delta_1$ от *нормированной АЧХ* $0 \leq k_{\text{п*}}(\omega) \leq 1$ и отклонений $0 \leq k_{\text{п*}}(\omega) \leq \delta_2$ в полосе подавления);
- 3) метод аппроксимации АЧХ.

2.3.2. Аналоговые прототипы цифровых фильтров

Классификация и основные параметры. По виду АЧХ аналоговые фильтры классифицируются как фильтры Баттерворта, Чебышева, Бесселя, эллиптические, параболические и др. [17].

Частотные RC-фильтры принадлежат к классу линейных схем с сосредоточенными параметрами, поэтому *комплексная передаточная функция* активного фильтра представляет собой отношение полиномов:

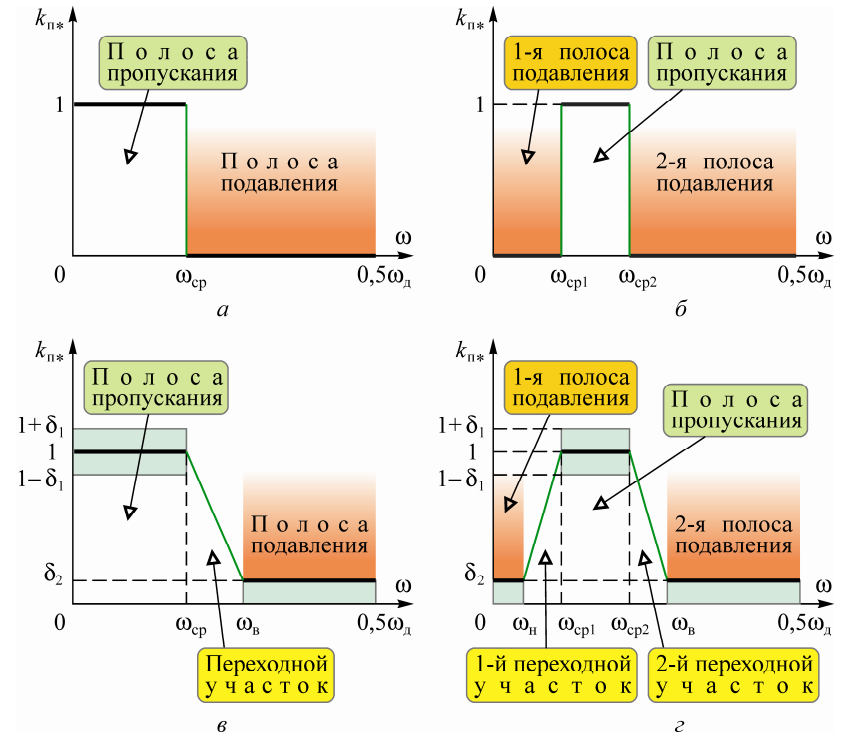


Рис. 2.26. АЧХ частотно-избирательных фильтров:
а – идеальный ФНЧ; б – идеальный ППФ;
в – реальный ФНЧ; г – реальный ППФ

$$H(p) = \frac{a_k p^k + a_{k-1} p^{k-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_r p^r + b_{r-1} p^{r-1} + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (2.29)$$

где $p = j\omega$ – оператор преобразования Лапласа, $\omega = 2\pi f$; a, b – вещественные постоянные коэффициенты; $k, r = 1, 2, 3, \dots$ (r – порядок фильтра, $k \leq r$).

Модуль комплексной передаточной функции $|H(p)|$ определяет АЧХ фильтра, а аргумент $\arg H(p)$ – его ФЧХ.

Полюс комплексной передаточной функции указывает на слагаемое наклона АЧХ на переходном участке (см. рис. 2.26).

АЧХ фильтра Баттерворта в пределах полосы пропускания весьма близка к равномерной, и её называют максимально пло-

ской. Каждый полюс (RC -цепь фильтра) вносит в суммарный наклон переходного участка АЧХ 20 дБ/дек. Например, для ФНЧ с двухполюсной характеристикой наклон переходного участка между частотами ω_{cp} и ω_b (рис. 2.26, в) составляет –40 дБ/дек, наклон АЧХ в том же диапазоне частот для четырёхполюсного ФНЧ уже равен –80 дБ/дек.*

Фильтр Баттерворта имеет нелинейную ФЧХ, поэтому время, которое требуется для прохождения сигнала через фильтр, зависит от частоты нелинейно. Прямоугольный импульс, поданный на вход фильтра Баттерворта, вызывает выброс (по сути, это искажение сигнала) на его выходе. Переходной процесс в фильтре длится минимальное время.

АЧХ фильтра Чебышева имеет волнообразные зубцы в полосе пропускания и равномерна в полосе подавления, количество зубцов характеристики в полосе пропускания такого фильтра равно его порядку. Амплитуда зубцов может быть задана при проектировании фильтра и устанавливается на уровне 0...3 дБ относительно АЧХ фильтра Баттерворта, причём увеличение допустимой амплитуды зубцов позволяет получить более крутой наклон АЧХ на переходном участке. Следовательно, на переходном участке наклон АЧХ фильтра Чебышева может превышать 20 дБ/дек на один полюс, поэтому фильтр Чебышева полезен в тех случаях, когда желательно иметь на переходном участке более крутой наклон АЧХ и не требуется, чтобы АЧХ фильтра была равномерной в полосе пропускания.

У фильтров Чебышева запаздывание по фазе ещё более нелинейно, чем у фильтров Баттерворта. Чем выше порядок и чем больше у фильтра Чебышева неравномерность в полосе пропускания, тем более нелинейна его ФЧХ и тем большие выбросы выходного сигнала получают при подаче на вход ступенчатых или импульсных сигналов. Значит, и форма сигнала, спектр которого лежит в полосе пропускания, будет искажена сильнее при

* Для фильтров Баттерворта ω_{cp} – это частота среза, при которой уровень сигнала на выходе фильтра уменьшается на 3 дБ относительно нулевой (для ФНЧ) или центральной (для ППФ) частоты $\omega_0 = \sqrt{\omega_{cp1}\omega_{cp2}}$; ω_b и ω_n – частоты, при которых уровень сигнала на выходе на 20 дБ ниже, чем на указанных частотах ФНЧ и ППФ (рис. 2.26, в, з).

прохождении сигнала через фильтр, а переходной процесс в фильтре длится дольше, чем в фильтре Баттерворта.

Абсцисса относительного максимального значения выходного сигнала ФНЧ Чебышева – частота пика f_n – не совпадает с частотой среза:

$$\omega_n = \omega_{cp} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{2}},$$

где *коэффициент затухания* α – параметр фильтра, определяющий форму АЧХ на переходном участке и вид её неравномерности в полосе пропускания вблизи переходного участка, т.е. коэффициент затухания определяет тип фильтра. Так, фильтр Баттерворта 2-го порядка имеет $\alpha = \sqrt{2}$, а фильтр Чебышева – $\alpha < \sqrt{2}$ (при неравномерности в полосе пропускания 3 дБ $\alpha = 0,766$).

Частный вариант ППФ, основным назначением которого является пропускание только одной центральной частоты, что весьма часто требуется в электронных и микропроцессорных реле, называется *селективным фильтром* (СФ).

Добротность фильтра Q (величина обратная коэффициенту затухания – $Q = 1/\alpha$) связывает среднюю частоту полосы пропускания селективного фильтра и её ширину на уровне 3 дБ:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_{cp2} - \omega_{cp1}} = \frac{\sqrt{\omega_{cp2}\omega_{cp1}}}{\omega_{cp2} - \omega_{cp1}}.$$

Частотные характеристики ФНЧ. Комплексная передаточная функция ФНЧ 1-го порядка, определяющая зависимость выходного сигнала фильтра от частоты входного, согласно функции (2.29) описывается выражением

$$H_{нч}(p) = \frac{H_{нч}(0) \omega_{cp}}{p + \omega_{cp}}, \quad (2.30)$$

где $H_{нч}(0)$ – коэффициент передачи на нулевой частоте; ω_{cp} – частота полюса, на которой коэффициент $H_{нч}(\omega_{cp})$ меньше на 3 дБ, чем $H_{нч}(0)$: $H_{нч}(\omega_{cp}) \approx 0,707H_{нч}(0)$.

Если комплексную передаточную функцию (2.30) представить в показательной форме как модуль $H_{нч}(\omega) = |H_{нч}(p)|$ и аргумент $\beta(\omega) = \arg H_{нч}(p)$, то $H_{нч}(p)$ отображается как векторная ве-

личина $\underline{H}_{\text{нч}}(\omega) = H_{\text{нч}}(\omega)e^{j\beta(\omega)}$ и соответствующая ей *амплитудно-фазовая характеристика* (АФХ) (рис. 2.27, а) – годограф конца вектора $\underline{H}_{\text{нч}}(\omega)$ при изменении ω – или в виде двух отдельных характеристик – АЧХ и ФЧХ (рис. 2.27, б):

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{нч}}(\omega) &= \frac{H_{\text{нч}}(0) \cdot \omega_{\text{ср}}}{\sqrt{\omega^2 + \omega_{\text{ср}}^2}}; \\ \beta(\omega) &= \arctg(-\omega / \omega_{\text{ср}}). \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Положение конца вектора $\underline{H}_{\text{нч}}(\omega)$ при разных значениях кратности q частоты ω относительно $\omega_{\text{ср}}$ ($q = \omega / \omega_{\text{ср}}$, $q_1 = 1$, $q_2 = 2$, $q_3 = 3$) отмечено на рис. 2.27, а цифрами 1, 2, 3. Годограф, описываемый концом вектора $\underline{H}_{\text{нч}}(\omega)$, имеет форму полуокружности и полностью расположен в 4-м квадранте комплексной плоскости, поэтому фазовый сдвиг выходного напряжения фильтра может быть только отрицательным и почти достигает -90° на высоких частотах. Заметим, что на частоте среза фазовый сдвиг выходного сигнала фильтра $\beta(\omega_{\text{ср}}) = -45^\circ$, а на 10-кратной частоте фазовый сдвиг достигает $-84^\circ 17'$.

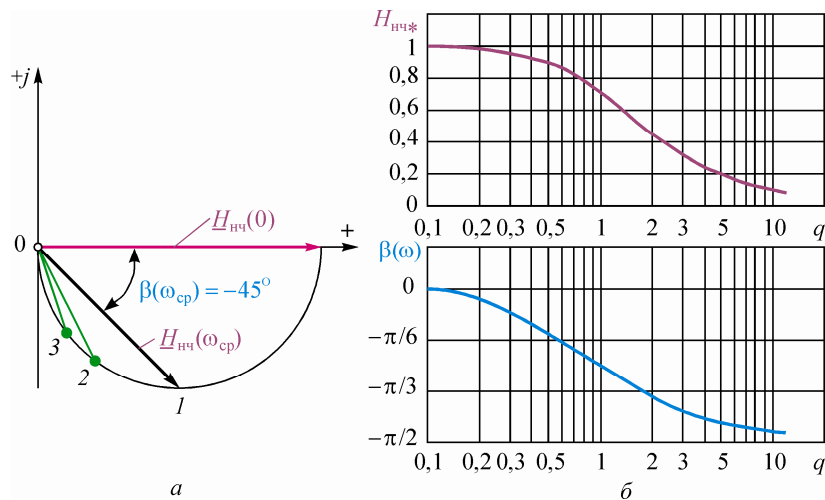


Рис. 2.27. Частотные характеристики аналогового ФНЧ 1-го порядка: а – АФХ; б – АЧХ и ФЧХ

Комплексная передаточная функция ФНЧ 2-го порядка описывается выражением

$$H_{\text{нч}}(p) = \frac{H_{\text{нч}}(0) \cdot \omega_{\text{ср}}^2}{p^2 + \alpha \omega_{\text{ср}} p + \omega_{\text{ср}}^2}, \quad (2.32)$$

где $\omega_{\text{ср}}$ – частота, на которой фазовый сдвиг $\beta(\omega_{\text{ср}}) = -90^\circ$.

Амплитудно-фазовая характеристика ФНЧ 2-го порядка представляет собой полуокружность неправильной формы, расположенную в 3- и 4-м квадрантах комплексной плоскости (рис. 2.28, а). Во 4-м квадранте размещается часть АФХ, соответствующая значениям $0 \leq q \leq 1$ ($0 \leq \omega \leq \omega_{\text{ср}}$).

Сдвиг фазы выходного сигнала ФНЧ

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{\alpha \omega \omega_{\text{ср}}}{\omega^2 - \omega_{\text{ср}}^2} \quad (2.33)$$

отрицателен: $\beta(0) = 0$, $\beta(\omega_{\text{ср}}) = -90^\circ$, и стремится к -180° на высоких частотах. На указанные значения $\beta(\omega)$ не влияет добротность фильтра (рис. 2.28, б). Но при других значениях q фазовый сдвиг $\beta(\omega)$, соответствующий разным α , различен: если, например, $\alpha = 0,707$ ($Q = 1,414$), то для $q = \omega / \omega_{\text{ср}} = 2$ сдвиг фазы выходного сигнала ФНЧ $\beta(\omega_2) = -154^\circ 46'$; когда $\alpha = 1,414$ ($Q = 0,707$), $\beta(\omega_2) = -136^\circ 42'$.

При $\alpha < \sqrt{2}$ на АЧХ

$$H_{\text{нч}}(\omega) = \frac{H_{\text{нч}}(0) \cdot \omega_{\text{ср}}^2}{\sqrt{(\omega_{\text{ср}}^2 - \omega^2)^2 + (\alpha \omega \omega_{\text{ср}})^2}} \quad (2.34)$$

на частоте $\omega_n = \omega_{\text{ср}} \sqrt{1 - 0,5\alpha^2}$ появляется "выпуклость".

Коэффициент передачи фильтра на частоте ω_n рассчитывается по формуле

$$H_{\text{нч}}(\omega_n) = \frac{H_{\text{нч}}(0)}{\alpha \sqrt{4 - \alpha^2}}.$$

Для ФНЧ, характеристики которого показаны на рис. 2.28, при $\alpha > 2$ полюса $p_{1,2} = 0,5\omega_{\text{ср}}(-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4})$ передаточной функции вещественные, и его АЧХ оказывается плоской. В области высоких частот наклон АЧХ приближается к значению -40 дБ/дек.

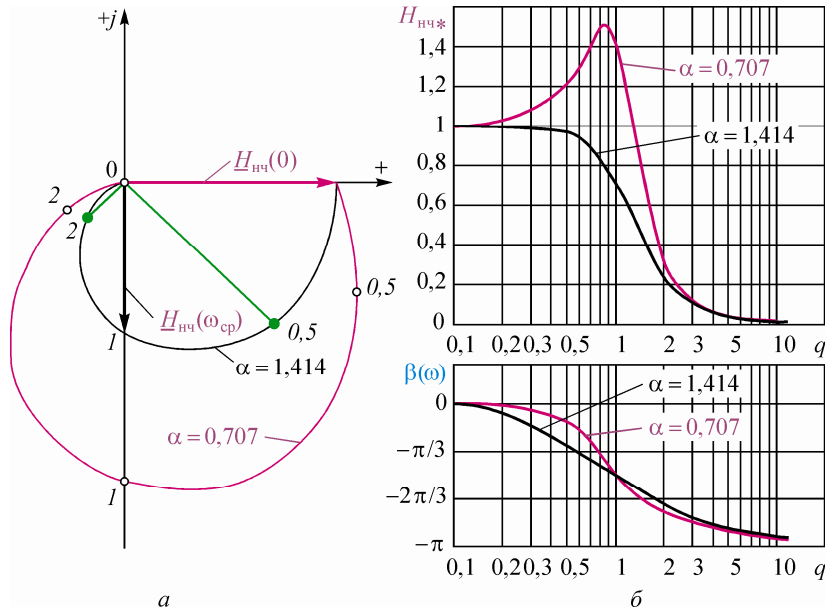


Рис. 2.28. Частотные характеристики аналогового ФНЧ 2-го порядка: а – АФХ; б – АЧХ и ФЧХ

В фильтрах с большой добротностью АЧХ имеет значительный выброс на частоте ω_n , на переходном участке скорость спада превышает -40 дБ/дек. Последнее означает, что такие фильтры позволяют лучше подавлять высшие гармоники.

Частотные характеристики СФ 2-го порядка. Комплексная передаточная функция фильтра описывается выражением

$$H_{\text{сф0}}(p) = \frac{H_{\text{сф0}} \cdot p}{p^2 + \alpha \omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (2.35)$$

где $H_{\text{сф0}}$ – коэффициент передачи на центральной частоте ω_0 , на которой фазовый сдвиг $\beta(\omega_0) = 0$.

Амплитудно-фазовая характеристика СФ 2-го порядка представляет собой окружность, симметрично расположенную в 1- и 4-м квадрантах комплексной плоскости (рис. 2.29, а), в 1-м квадранте размещается та часть АФХ, которая соответствует $0 \leq q \leq 1$ ($0 \leq \omega \leq \omega_0$). Все остальные значения вплоть до $q \rightarrow \infty$ перемещают

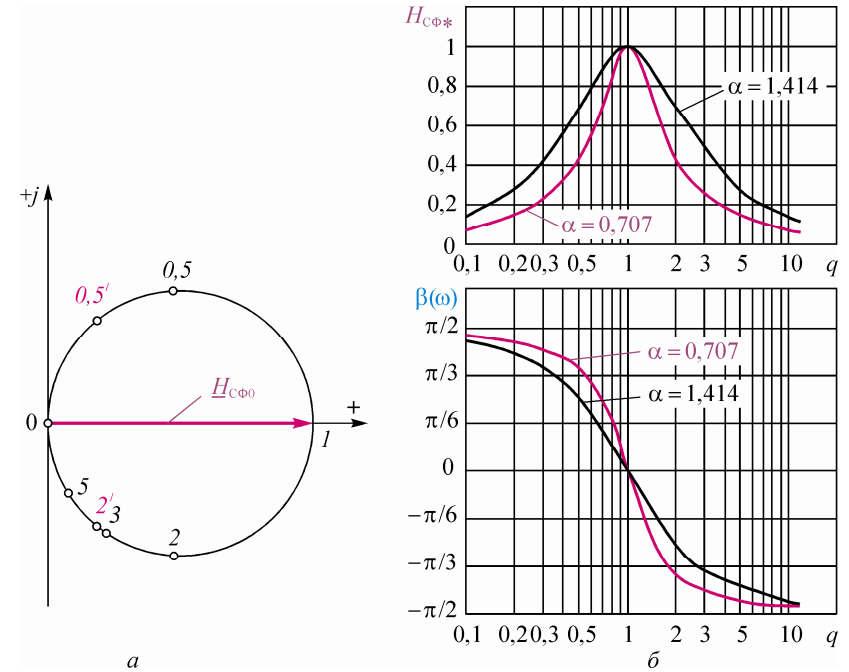


Рис. 2.29. Частотные характеристики аналогового СФ 2-го порядка: а – АФХ; б – АЧХ и ФЧХ

АФХ в 4-й квадрант. Следовательно, сдвиг фазы выходного сигнала СФ может быть как положительным, так и отрицательным: $\beta(0) = 90^\circ$, $\beta(\omega_0) = 0$, и стремится к $\beta(\infty) = -90^\circ$ на высоких частотах (рис. 2.29, а, б).

На указанные значения $\beta(\omega)$ не влияет добротность фильтра. Однако при других значениях q фазовый сдвиг $\beta(\omega)$, соответствующий разным α , несмотря на то, что АФХ формально одна и та же, различен: если $\alpha = 0.707$, то для $q = 2$ $\beta(\omega_2) = -64^\circ 46'$ (на АФХ это точка 2'); когда $\alpha = 1.414$, $\beta(\omega_2) = -46^\circ 41'$ (точка 2).

Все значения $\beta(\omega)$ вычисляются по формуле, определяющей ФЧХ фильтра:

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\alpha \omega \omega_0}. \quad (2.36)$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$H_{\text{сф}}(\omega) = \frac{H_{\text{сф}}(\omega_0) \alpha \omega \omega_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\alpha \omega \omega_0)^2}} \quad (2.37)$$

имеет два переходных участка: левый, где коэффициент передачи фильтра растёт при увеличении q , т.е. СФ работает как дифференцирующий элемент (*дифференциатор*), и правый, где коэффициент передачи фильтра уменьшается с увеличением q и СФ работает как интегрирующий элемент (*интегратор*).

Две частоты среза (см. рис. 2.29, б) для разных значений добротности вычисляются как [15]

$$f_{\text{ср1}} = \frac{\omega_0}{2\pi} \left(\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{4}} - \frac{\alpha}{2} \right); \quad f_{\text{ср2}} = \frac{\omega_0}{2\pi} \left(\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{4}} + \frac{\alpha}{2} \right). \quad (2.38)$$

Ширина полосы пропускания по уровню -3дБ составляет

$$f_{\text{ср2}} - f_{\text{ср1}} = \frac{\alpha \omega_0}{2\pi}.$$

При $\alpha > 2$ знаменатель передаточной функции (2.35) можно разложить на два множителя с вещественными коэффициентами, поэтому АЧХ и ФЧХ фильтра в этом случае считаются полными: изменение коэффициента передачи на переходных участках происходит со скоростью меньше, чем $\pm 20\text{дБ/дек}$. Если $\alpha < 2$ полюса $p_{1,2} = 0,5\omega_0(-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4})$ передаточной функции становятся комплексными, АЧХ на переходных участках имеет наклон больше, чем $\pm 20\text{дБ/дек}$. С уменьшением α полоса пропускания сужается и АЧХ фильтра становится более избирательной.

Схемы активных фильтров. Схемы ФНЧ 1-го порядка строятся на инвертирующей и неинвертирующей схемах включения операционного усилителя (рис. 2.30). Коэффициент передачи в полосе пропускания и частота среза (см. рис. 2.27, б) в соответствии с комплексной передаточной функцией (2.30) для инвертирующего ФНЧ – $H_{\text{нч}}(0) = -R_2/R_1$; $\omega_{\text{ср}} = 1/R_2 C_1$, для неинвертирующего ФНЧ – $H_{\text{нч}}(0) = 1 + R_3/R_2$; $\omega_{\text{ср}} = 1/R_1 C_1$ (здесь соответственно R_1, R_2, R_3 – сопротивления резисторов $R1, R2, R3$; C_1 – ёмкость конденсатора $C1$).

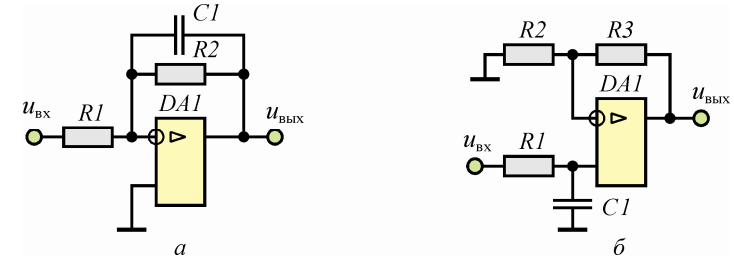


Рис. 2.30. Активные ФНЧ 1-го порядка:
а – инвертирующий; б – неинвертирующий

Схема ФНЧ 2-го порядка *Салена – Кея* строится на основе неинвертирующего включения операционного усилителя [15] (рис. 2.31). Он имеет высокое входное сопротивление и относительно небольшой диапазон номиналов резисторов и конденсаторов и позволяет получить малые и средние значения Q^* .

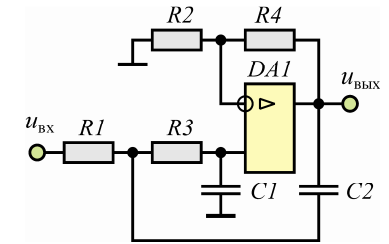


Рис. 2.31. ФНЧ Салена – Кея

Комплексная передаточная функция фильтра [15]

$$H_{\text{нч}}(p) = \frac{\frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} \right)}{p^2 + \left(\frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_1 C_2} - \frac{R_4}{R_3 R_2 C_1} \right) p + \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2}},$$

где R_1, R_2, R_3, R_4 – сопротивления резисторов $R1, R2, R3, R4$; C_1, C_2 – ёмкости конденсаторов $C1, C2$.

Параметры схемы в соответствии с выражением (2.32)

$$H_{\text{нч}}(0) = 1 + \frac{R_4}{R_2}; \quad \omega_{\text{ср}} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{R_3 C_1}{R_1 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_3 C_2}} - \frac{R_4}{R_2} \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_3 C_1}}.$$

Схема ФНЧ 2-го порядка с *многопетлевой обратной связью* строится на основе инвертирующего включения операционного

* Под малыми значениями добротности подразумеваются $Q \leq 2$ ($\alpha \geq 0,5$), средними – $2 < Q \leq 20$ ($0,5 > \alpha \geq 0,05$), большими – $Q > 20$ ($\alpha < 0,05$).

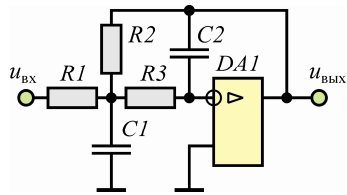


Рис. 2.32. ФНЧ с многопетлевой обратной связью

$$H_{\text{нч}}(p) = \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{p^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \frac{p}{C_1} + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}},$$

где R_1, R_2, R_3 – сопротивления резисторов $R1, R2, R3$; C_1, C_2 – ёмкости конденсаторов $C1, C2$.

Параметры схемы в соответствии с выражением (2.32)

$$H_{\text{нч}}(0) = -\frac{R_2}{R_1}; \quad \omega_{\text{ср}} = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}}; \quad \alpha = \frac{\sqrt{R_3/R_2} + \sqrt{R_2/R_3} + \sqrt{R_2 R_3/R_1^2}}{\sqrt{C_1/C_2}}.$$

Номинал конденсатора $C1$ выбирается близким по значению к $10/f_{\text{ср}}$ мкФ [15], а номинал конденсатора $C2$ из условия [18]

$$C_2 < \frac{C_1 \alpha^2}{4[H_{\text{нч}}(0)+1]},$$

которое позволяет получить вещественные значения всех сопротивлений:

$$R_2 = \frac{\alpha}{2\omega_{\text{ср}} C_2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4C_2}{\alpha^2 C_1} [H_{\text{нч}}(0)+1]} \right\}; \quad R_1 = \frac{R_2}{H_{\text{нч}}(0)}; \quad R_3 = \frac{1}{\omega_{\text{ср}}^2 C_1 C_2 R_2}.$$

Независимая настройка всех параметров невозможна. Если важны все три параметра – $H_{\text{нч}}(0)$, $\omega_{\text{ср}}$ и Q , то настройка оказывается достаточно сложной, поскольку они зависят от номиналов всех трёх резисторов.

Схема СФ 2-го порядка с многопетлевой обратной связью строится на основе инвертирующего включения операционного усилителя (рис. 2.33). Обратная связь в схеме осуществляется только по переменному току. Схема позволяет получать малые и

усилителя (рис. 2.32). Он позволяет получить малые и средние значения Q , имеет относительно невысокую чувствительность к отклонениям от расчётных значений сопротивлений и ёмкостей.

Комплексная передаточная функция фильтра [15]

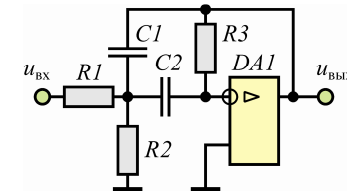


Рис. 2.33. СФ с многопетлевой обратной связью

средние значения Q , имеет относительно невысокую чувствительность к отклонениям от расчётных сопротивлений и ёмкостей.

Часть АЧХ фильтра, обеспечивающая подавление высоких частот, формируется с помощью интегрирующей RC -цепи – резистор $R1$ и конденсатор $C1$, а часть АЧХ, обеспечивающая подавление низких частот, – с помощью дифференцирующей RC -цепи – резистор $R3$ и конденсатор $C2$, которые совместно с операционным усилителем образуют схему активного дифференциатора.

Комплексная передаточная функция СФ (2.35), записанная через параметры схемы, принимает вид [15]

$$H_{\text{сф}}(p) = \frac{-\frac{p}{R_1 C_1}}{p^2 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{p}{R_3} + \frac{1}{R_3 C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)},$$

где R_1, R_2, R_3 – сопротивления резисторов $R1, R2, R3$; C_1, C_2 – ёмкости конденсаторов $C1, C2$.

Параметры схемы в соответствии с выражением (2.35)

$$H_{\text{сф}0} = \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}; \quad \alpha = \frac{\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}}{\sqrt{\frac{R_3}{R_2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R_3 C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

При расчёте параметров СФ рекомендуется выбрать номиналы конденсаторов одинаковыми – $C_1 = C_2 = C$ (предпочтительно принять $C \approx 10/f_0$ мкФ), тогда параметры фильтра вычисляются по формулам

$$R_1 = \frac{1}{H_{\text{сф}0} \alpha C \omega_0}; \quad R_2 = \frac{\alpha}{(2 - \alpha^2 H_{\text{сф}0}) C \omega_0}; \quad R_3 = \frac{2}{\alpha C \omega_0}.$$

Настройка схемы СФ представляет определённую сложность, так как значения ω_0 и Q зависят от одних и тех же сопротивлений, но для малых значений Q это не очень критично.

2.3.3. Синтез БИХ-фильтров

Метод стандарта z-преобразования. В основе этого метода синтеза рекурсивных фильтров лежит принцип инвариантности импульсной характеристики аналогового фильтра-прототипа.

Когда заданы период дискретизации T_d (частота дискретизации (ω_d) цифрового фильтра и изображение (по Лапласу) $K(p)$ передаточной функции аналогового фильтра-прототипа, для определения передаточной функции цифрового фильтра требуется:

- 1) найти импульсную характеристику $h(t)$;
- 2) получить импульсную характеристику $h(nT_d)$ рекурсивного фильтра посредством дискретизации импульсной характеристики $h(t)$, используя период T_d ;
- 3) вычислить по формуле *прямого z-преобразования*

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_d) z^{-n}, \quad (2.38)$$

где $F(z)$ – *z-образ (z-изображение)* функции $f(nT_d)$, передаточную функцию БИХ-фильтра.

Пусть передаточная функция аналогового фильтра

$$K(p) = \frac{K_1(p)}{K_2(p)},$$

где $p = \sigma + j\omega$, является правильной дробью и не имеет общих корней числителя и знаменателя, но имеет M простых полюсов. Тогда импульсная характеристика может быть определена по формуле разложения:

$$h(t) = \sum_{k=1}^M \frac{K_1(p_k) e^{p_k t}}{K_2'(p_k)} = \sum_{k=1}^M K_k(p_k) e^{p_k t}.$$

Импульсная характеристика синтезируемого БИХ-фильтра

$$h(nT_d) = \sum_{k=1}^M K_k(p_k) e^{p_k nT_d} = \sum_{k=1}^M K_k(e^{p_k T_d})^n,$$

позволяет легко найти передаточную функцию:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^M K_k(e^{p_k T_d}) z^{-n} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^M K_k(e^{p_k T_d}) z^{-n} = \sum_{k=1}^M \frac{K_k}{1 - e^{p_k T_d} z^{-1}}. \quad (2.39)$$

В сумме (2.39) содержатся слагаемые с комплексными коэффициентами. Для получения суммы с вещественными коэффициентами необходимо выполнить преобразования посредством попарного сложения дробей с комплексно-сопряжёнными полюсами. После преобразований должны получиться $M/2$ рекурсивных звеньев 2-го порядка, передаточные функции которых будут с вещественными коэффициентами:

$$H_k(z) = \frac{K_k}{1 - e^{p_k T_d} z^{-1}} + \frac{K_{-k}}{1 - e^{p_{-k} T_d} z^{-1}} = \frac{a_{0k} + a_{1k} z^{-1}}{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}. \quad (2.40)$$

Если считать, что $K_k = \gamma_k + j\delta_k$; $K_{-k} = \gamma_k - j\delta_k$, то с учётом следующих из формул Эйлера соотношений

$$e^{p_k T_d} = e^{(\sigma_k + j\omega_k) T_d} = r_k \cos \omega_k T_d + jr_k \sin \omega_k T_d = \xi_k + j\eta_k;$$

$$e^{p_{-k} T_d} = e^{(\sigma_k - j\omega_k) T_d} = r_k \cos \omega_k T_d - jr_k \sin \omega_k T_d = \xi_k - j\eta_k$$

устанавливается взаимосвязь между коэффициентами простых дробей и дробной функции (2.40):

$$a_{0k} = 2\gamma_k; \quad a_{1k} = -\gamma_k \xi_k - \delta_k \eta_k; \quad b_{1k} = -2\xi_k; \quad b_{2k} = \xi_k^2 + \eta_k^2.$$

Тогда выражение (2.40) приводится к виду

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M/2} H_k(z) = \sum_{k=1}^{M/2} \frac{a_{0k} + a_{1k} z^{-1}}{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}. \quad (2.41)$$

Использование формулы (2.41) подразумевает, что нечётное M (хотя бы один полюс вещественный) даёт коэффициент $b_{2k} = 0$. В этом случае из-под знака суммы следует вынести слагаемое, соответствующее БИХ-звену 1-го порядка, а верхний предел суммирования должен быть равен $(M-1)/2$.

Пример 2.1. Синтезировать цифровой фильтр, характеристика $h(nT_d)$ которого совпадает с характеристикой $h(t)$ аналогового ФНЧ 2-го порядка в точках дискретизации ($T_d = 1,667$ мс). Передаточная функция ФНЧ описывается выражением (2.34).

1. Пусть $H_{\text{нч}}(0) = 1$; $\omega_{\text{ср}} = 314 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 0,707$ (из рис. 2.28 видно, что такие параметры определяют в качестве фильтра-прототипа фильтр Чебышева). Тогда полюса передаточной функции

$$p_{1,2} = \frac{314}{2} (-0,707 \pm \sqrt{0,707^2 - 4}) = 157(-0,707 \pm j1,871) \approx -111 \pm j294.$$

Найдём импульсную характеристику ФНЧ:

$$h(t) = \frac{314^2 e^{(-111+j294)t}}{2 \cdot (-111+j294) + 0,707 \cdot 314} + \frac{314^2 e^{(-111-j294)t}}{2 \cdot (-111-j294) + 0,707 \cdot 314} =$$

$$= \frac{314 e^{(-111+j294)t}}{j1,871} - \frac{314 e^{(-111-j294)t}}{j1,871} = -j167,8 e^{(-111+j294)t} +$$

$$+ j167,8 e^{(-111-j294)t} = 335,6 e^{-111t} \frac{e^{j294t} - e^{-j294t}}{2j} = 335,6 e^{-111t} \sin 294t.$$

В выражении, описывающем импульсную характеристику $h(t)$ аналогового фильтра-прототипа, коэффициенты разложения не имеют вещественной части: $K_1 = -j167,8$ ($\gamma_1 = 0$; $\delta_1 = -167,8$); $K_{-1} = K_2 = j167,8$ ($\gamma_2 = 0$; $\delta_2 = -167,8$).

Дискретизируя функцию $h(t)$, получаем импульсную характеристику синтезируемого БИХ-фильтра (рис. 2.34):

$$h(nT_d) = 335,6 e^{-0,185n} \frac{e^{j0,49n} - e^{-j0,49n}}{2j} = 335,6 e^{-0,185n} \sin 0,49n.$$

Полученной импульсной характеристике соответствуют коэффициенты $\xi_1 \approx 0,733$; $\eta_1 \approx 0,39$; следовательно, коэффициенты передаточной функции $a_0 = 0$; $a_1 \approx 65,44$; $b_1 \approx -1,47$; $b_2 \approx 0,69$.

С такими коэффициентами передаточная функция с учётом масштабирования приобретает вид

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M/2} \frac{a_{0k} + a_{1k} z^{-1}}{1 - b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}} = \frac{65,44 z^{-1}}{1 - 1,47 z^{-1} + 0,69 z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{z^{-1}}{1 - 1,47 z^{-1} + 0,69 z^{-2}}.$$

Полученной передаточной функции соответствует комплексная частотная характеристика

$$\underline{H}(\omega) = \frac{e^{-j\omega T_d}}{1 - 1,47 e^{-j\omega T_d} + 0,69 e^{-j2\omega T_d}} =$$

$$= \frac{\cos \omega T_d - j \sin \omega T_d}{1 - 1,47 \cos \omega T_d + 0,69 \cos 2\omega T_d + j1,47 \sin \omega T_d - j0,69 \sin 2\omega T_d}.$$

Представив комплексную частотную характеристику в показательной форме, получаем формулы для вычисления параметров

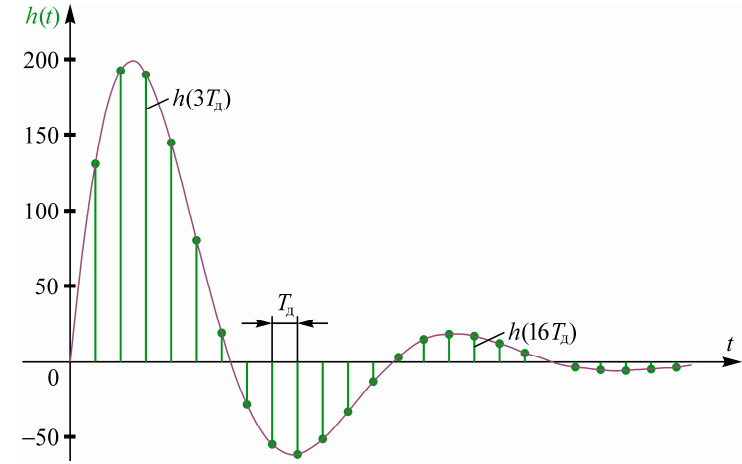


Рис. 2.34. Импульсные характеристики фильтров

обеих частотных характеристик фильтра:

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{1}{(1 - 1,47 \cos \omega T_d + 0,69 \cos 2\omega T_d)^2 + (1,47 \sin \omega T_d - 0,69 \sin 2\omega T_d)^2}};$$

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{1,47 \sin \omega T_d - 0,69 \sin 2\omega T_d}{1 - 1,47 \cos \omega T_d + 0,69 \cos 2\omega T_d} + \omega T_d.$$

2. Если у аналогового фильтра $\alpha = 1,414$ (см. рис. 2.28), то полюса его комплексной передаточной функции

$$p_{1,2} = \frac{314}{2} (-1,414 \pm \sqrt{1,414^2 - 4}) = 157(-1,414 \pm j1,414) \approx -222 \pm j222.$$

Тогда импульсная характеристика

$$h(t) = \frac{314^2 e^{(-222+j222)t}}{2 \cdot (-222+j222) + 1,414 \cdot 314} + \frac{314^2 e^{(-222-j222)t}}{2 \cdot (-222-j222) + 1,414 \cdot 314} =$$

$$= -j222 e^{(-222+j222)t} + j222 e^{(-222-j222)t} = 444 e^{-222t} \sin 222t,$$

т.е. коэффициенты разложения не имеют вещественной части: $K_1 = -j222$ ($\gamma_1 = 0$; $\delta_1 = -222$); $K_{-1} = K_2 = j222$ ($\gamma_2 = 0$; $\delta_2 = -222$).

Дискретизируя функцию $h(t)$, получаем импульсную характеристику синтезируемого БИХ-фильтра:

$$h(nT_d) = 444 e^{-0,37n} \sin 0,37n.$$

Такой характеристике $h(nT_d)$ соответствуют коэффициенты $\xi_1 \approx 0,64$; $\eta_1 \approx 0,25$ и $a_0 = 0$; $a_1 \approx 55,5$; $b_1 \approx -1,29$; $b_2 \approx 0,48$, т.е.

$$H(z) = \frac{143z^{-1}}{1-1,29z^{-1}+0,48z^{-2}} \Rightarrow \frac{z^{-1}}{1-1,29z^{-1}+0,48z^{-2}}.$$

Передаточной функции с коэффициентами $a_1=1$; $b_1=-1,29$; $b_2=0,48$ соответствуют частотные характеристики

$$\underline{H}(\omega) = \frac{e^{-j\omega T_d}}{1-1,29e^{-j\omega T_d}+0,48e^{-j2\omega T_d}} =$$

$$= \frac{\cos \omega T_d - j \sin \omega T_d}{1-1,29 \cos \omega T_d + 0,48 \cos 2\omega T_d + j1,29 \sin \omega T_d - j0,48 \sin 2\omega T_d};$$

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{1}{(1-1,29 \cos \omega T_d + 0,48 \cos 2\omega T_d)^2 + (1,29 \sin \omega T_d - 0,48 \sin 2\omega T_d)^2}};$$

$$\beta(\omega) = \arctg \frac{1,29 \sin \omega T_d - 0,48 \sin 2\omega T_d}{1-1,29 \cos \omega T_d + 0,48 \cos 2\omega T_d} + \omega T_d.$$

Графики АЧХ и ФЧХ двух рекурсивных фильтров, полученных по передаточной функции ФНЧ-прототипов с коэффициентами затухания $\alpha=1,414$ и $\alpha=0,707$, приведены на рис. 2.35.

3. Сопоставляя графики АЧХ БИХ-фильтров и аналоговых фильтров (см. рис. 2.28), можно констатировать их большую степень подобия, несмотря на то, что численные значения относительных показателей подавления высших гармоник всё же хуже: у первых $H(\omega_1)/H(0) \approx 1,43$, $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 9,62$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 18,9$ при $\alpha=0,707$, $H(\omega_1)/H(0) \approx 0,72$, $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 5,31$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 9,9$ при $\alpha=1,414$, то у аналоговых соответственно $H(\omega_1)/H(0) \approx 1,41$, $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 11,7$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 34,5$ при $\alpha=0,707$, $H(\omega_1)/H(0) \approx 0,71$, $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 6,43$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 17,67$ при $\alpha=1,414$. Ухудшение показателей фильтрации цифровых фильтров объясняется эффектом наложения спектров дискретных сигналов.

Что же касается фазового сдвига, то его характер также близок к характеру функции $\beta(\omega)$ фильтра-прототипа: выходное напряжение аналогового ФНЧ 2-го порядка всегда запаздывает относительно входного, причём максимальный фазовый сдвиг, равный -180° , достигается только при $\omega \rightarrow \infty$ (см. рис. 2.28), у ре-

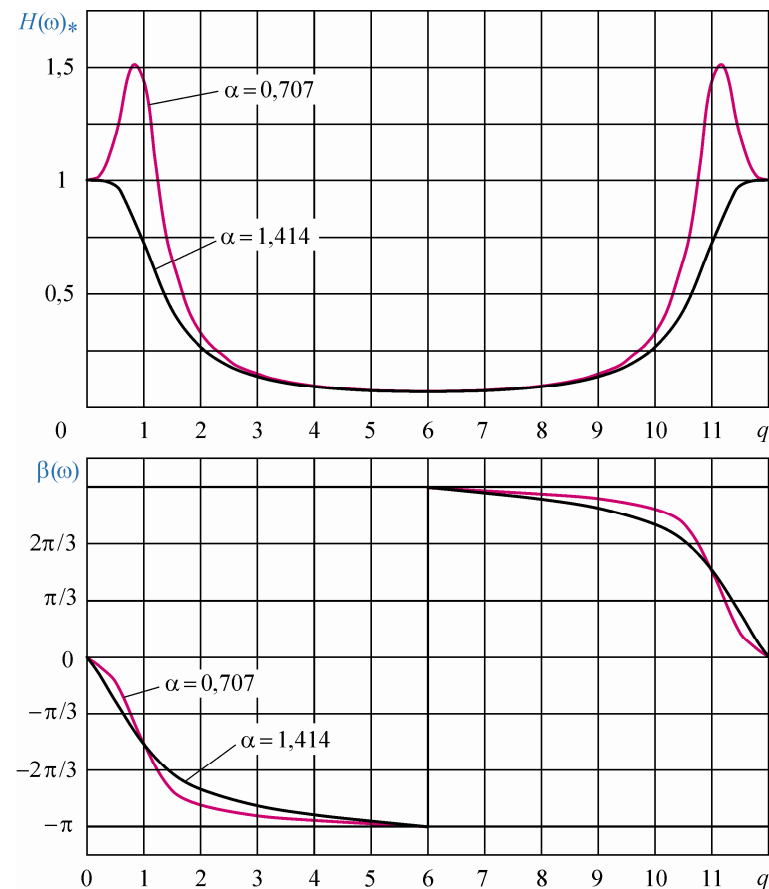


Рис. 2.35. АЧХ и ФЧХ цифровых фильтров разной добротности

курсивного фильтра 2-го порядка меньшей добротности в начале шкалы частот фазовый сдвиг практически такой же, затем он, оставаясь отрицательным, достигает -180° на частоте 300 Гц, где наблюдается скачок фазы на 360° . Далее его изменение происходит инверсно симметрично в области положительных значений $\beta(\omega)$ до $q=12$; при меньшей добротности в начале шкалы частот запаздывание по фазе несколько меньше, затем при $q>1$ значение $\beta(\omega)$ становится более отрицательным, достигая -180° , и т.д.

Метод билинейного z -преобразования. Основным недостатком метода стандартного z -преобразования являются искажения АЧХ, обусловленные периодичностью комплексной частотной характеристики синтезированного БИХ-фильтра, поэтому и неоднозначностью отображения p -плоскости на z -плоскость. Искажения могут оказаться столь значительными, что возникают ограничения по синтезу некоторых типов цифровых фильтров (в частности ФВЧ и ПЗФ). Указанного недостатка нет у метода синтеза цифровых фильтров по аналоговым фильтрам-прототипам, называемого *методом билинейного z -преобразования*. Этот метод основан на аппроксимации оператора p комплексной переменной z , причём оператор p представляется в виде дробно-рациональной функции от z^{-1} . Именно такая аппроксимация представляет собой процедуру билинейного z -преобразования.

Суть этого метода состоит в следующем. Воспользуемся соотношением $z = e^{pT_d}$ функциональной связи между p - и z -плоскостями, в котором аргумент $p = \sigma + j\omega$ является комплексной величиной, выразив оператор p через переменную z :

$$p = \frac{1}{T_d} \ln z.$$

Представим логарифм переменной z рядом Тейлора:

$$\ln z = 2 \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2n+1} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^{2n+1} + \dots \right],$$

где $n = 2, 3, 4, \dots$

Если произвести усечение ряда до первого члена, то

$$p = \frac{2}{T_d} \frac{z-1}{z+1}. \quad (2.42)$$

Перейдём к отрицательным степеням z :

$$p = \wp \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}. \quad (2.43)$$

где $\wp = 2/T_d$, тогда связь между переменной z и оператором p приобретает вид

$$z = \frac{\wp + p}{\wp - p}. \quad (2.44)$$

Передаточная функция рекурсивного фильтра получается из передаточной функции аналогового фильтра посредством замены, определяемой выражением (2.43):

$$H(z) = K(p) \Big|_{p = \wp \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}. \quad (2.45)$$

Преобразования (2.42) или (2.43), представляющие собой дробно-рациональную функцию 1-го порядка от z^{-1} называется *билинейным z -преобразованием*, которое обладает следующими основными свойствами:

1. Обеспечивает *однозначное отображение* p -плоскости на z -плоскость (рис. 2.36).

Во-первых, частотная ось $j\Omega$ p -плоскости однозначно отображается в единичную окружность z -плоскости, поскольку единичная окружность описывается равенством $z = e^{j\omega T_d}$ ($r=1$), в то время как оператор $p = \sigma + j\omega$ для частотной оси имеет вид $p = j\Omega$ ($\sigma=0$). Следовательно, из преобразования (2.43) получаем

$$z = \frac{\wp + j\Omega}{\wp - j\Omega} = r e^{j \arg(z)} = \sqrt{\frac{\wp^2 + \Omega^2}{\wp^2 + \Omega^2}} e^{j\varphi(\Omega)} = e^{j\varphi(\Omega)},$$

где $\varphi(\Omega) = \arctg[2\wp\Omega/(\wp^2 - \Omega^2)]$.

Независимо от аргумента $\varphi(\Omega)$ радиус $r=1$, но различные точки частотной оси отображаются в z -плоскости по-разному:

- а) $\Omega = 0$; $\varphi(\Omega) = 0$; $z = e^{j\varphi(\Omega)} = 1$;
- б) $\Omega = \pm\wp$; $\varphi(\Omega) = \pm\arctg[2\wp^2/(\wp^2 - \wp^2)] = \pm\pi/2$; $z = e^{\pm j\pi/2} = \pm j$;
- в) $\Omega = \pm\infty$; $\varphi(\Omega) = \pm\arctg(\infty) = \pm\pi$; $z = e^{\pm j\pi} = -1$.

Таким образом, частотная ось однозначно соответствует единичной окружности z -плоскости, причём положительные значения оси $j\Omega$ отображаются на верхней полуокружности, а отрицательные – на нижней.

Во-вторых, точки левой p -полуплоскости однозначно отображаются внутрь единичного круга, а правой – вне его. Указанное подтверждается тем, что радиус окружности

$$r = \left| \frac{\wp + \sigma + j\Omega}{\wp - \sigma - j\Omega} \right| = \sqrt{\frac{(\wp + \sigma)^2 + \Omega^2}{(\wp - \sigma)^2 + \Omega^2}}$$

меньше единицы при отрицательных значениях σ .

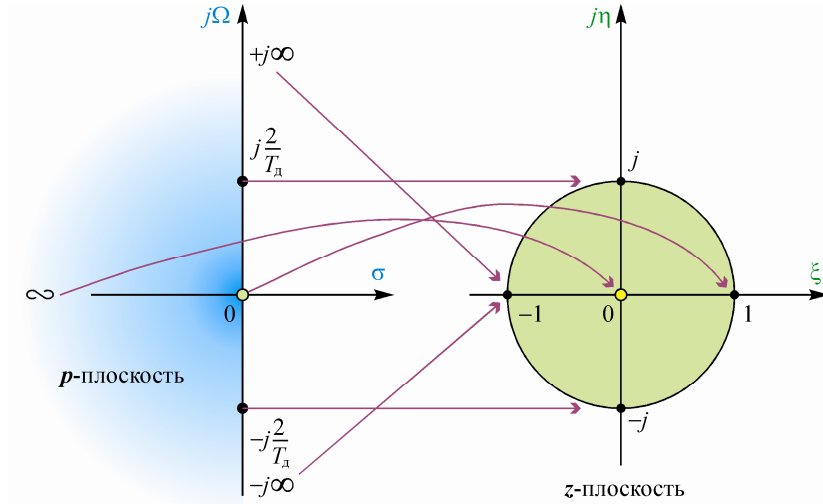


Рис. 2.36. Отображение p -плоскости в z -плоскость при билинейном преобразовании

2. БИХ-фильтр устойчив, если устойчив его аналоговый прототип, так как полюсы прототипа лежат в левой p -полуплоскости.

3. Исключение эффекта наложения вследствие однозначного отображения частотной оси в единичную окружность сохраняет у рекурсивного фильтра свойства оптимальности аналогового фильтра-прототипа.

4. Билинейное z -преобразование приводит к деформации оси частот и соотношение между аналоговой Ω и цифровой частотами ω становится нелинейным. Указанное свойство доказывается тем, что при $z = e^{j\omega T_d}$ из соотношения (2.42) получаем

$$j\Omega = \frac{2}{T_d} \frac{e^{j\omega T_d} - 1}{e^{j\omega T_d} + 1} = \frac{2}{T_d} \frac{\cos \omega T_d - j \sin \omega T_d - 1}{\cos \omega T_d - j \sin \omega T_d + 1} = j \frac{2}{T_d} \frac{\sin \omega T_d}{1 + \cos \omega T_d}.$$

Из этого тригонометрического соотношения следует

$$\Omega = \frac{2}{T_d} \frac{\sin \omega T_d}{1 + \cos \omega T_d}. \quad (2.46)$$

Нелинейность (2.46) требует, чтобы в процессе синтеза частоты аналоговой и цифровой области пересчитывались.

5. Порядки БИХ-фильтра и фильтра-прототипа одинаковы, поскольку одинаково количество полюсов их передаточных функций. Количество нулей передаточной функции рекурсивного фильтра может быть больше, когда передаточная функция фильтра-прототипа имеет нуль на бесконечности.

Алгоритм синтеза рекурсивных фильтров методом билинейного z -преобразования [16]:

- 1) задаются требования к цифровому фильтру (см. рис. 2.26);
- 2) формулируются требования к аналоговому фильтру и пересчитываются по формуле (2.46) граничные частоты цифрового фильтра в граничные частоты фильтра-прототипа, при этом сохраняются неизменными допустимы отклонения δ_1 в полосе пропускания и δ_2 полосе подавления;

3) вычисляются все нули и полюса передаточной функции фильтра-прототипа, которые пересчитываются в z -плоскость по формуле (2.44), что обеспечивает компенсацию частотных искажений, обусловленных деформацией шкалы частот;

4) формируются полиномы 2-й степени с вещественными коэффициентами (по комплексно-сопряжённым нулям и полюсам); полиномы используются в качестве числителей и знаменателей биквадратных звеньев. Так, для комплексно-сопряжённой пары полюсов $z_k = \xi_k + j\eta_k$ и $z_2 = \xi_{k+1} + j\eta_{k+1}$ образуется звено 2-го порядка $X_k(z) = 1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}$, где $b_{1k} = -2\xi_k$, $b_{2k} = \xi_k^2 + \eta_k^2$;

5) формируются биквадратные звенья вида

$$H_k(z) = \frac{a_{0k} + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}} * \quad (2.47)$$

по *правилу близости добротностей нуля и полюса*, причём добротность звеньев вычисляется по формуле

$$Q_k = \frac{r_k \Phi_k}{1 - r_k^2}, \quad (2.48)$$

где r_k – радиус полюса (нуля); Φ_k – угол полюса (нуля).

* Если коэффициенты a_{2k} и b_{2k} равны нулю, формируется звено 1-го порядка, нуль и полюс передаточной функции которого расположены на вещественной оси комплексной плоскости. Когда радиус равен единице, в пару с полюсом попадает нуль, ближайший по углу к полюсу.

Передачная функция цифрового фильтра представляет собой дающее каскадную структуру фильтра произведение биквадратных звеньев вида (2.47)

$$H(z) = \prod_{k=1}^{P_a} H_k(z),$$

где P_a – количество полюсов;

6) выбирается обычная (см. рис. 2.4) или каноническая [16] структура биквадратных звеньев, которые размещаются по возрастанию добротности полюсов с целью минимизации собственного шума фильтра;

7) вычисляется по правилу учёта АЧХ предыдущих звеньев коэффициент масштабирования μ_k для каждого звена с целью исключения возможного переполнения его сумматора:

- по значению ненормированной частотной характеристики на частоте резонанса 1-го звена ω_{r1}

$$\mu_1 = \frac{1}{H_1(\omega_{r1})} = \frac{1}{\max[H_1(\omega)]};$$

- по значению ненормированной частотной характеристики на частоте резонанса 2-го звена ω_{r2}

$$\mu_2 = \frac{1}{H_1(\omega_2)} \cdot \frac{1}{H_2(\omega_{r2})} = \frac{1}{H_1(\omega_2)} \cdot \frac{1}{\max[H_2(\omega)]};$$

- при необходимости процедура вычисления коэффициентов масштабирования повторяется далее до последнего звена, для которого этот коэффициент

$$\mu_{\frac{P_a}{2}} = \frac{1}{\left| 1 + b_{\frac{P_a}{2}} e^{-j\omega_{Pa} T_d} + b_{\frac{P_a}{2}} e^{-j\omega_{Pa} T_d} \right|};$$

- для сокращения количества устанавливаемых перед каждым звеном умножителей, чем обеспечивается снижение собственных шумов цифрового фильтра, коэффициент масштабирования i -го звена вносится в предыдущее $(i-1)$ -е звено. Это означает, что при такой процедуре надлежит вновь пересчитать коэффициенты числителей передаточных функций звеньев синтезируемой структуры рекурсивного фильтра.

Пример 2.2. Синтезировать цифровой фильтр на основе аналогового фильтра-прототипа, передаточная функция которого имеет вид

$$K_{\text{нч}}(p) = \frac{K_{\text{нч}}(0) \cdot \omega_{\text{cp}}^2}{p^2 + \alpha \omega_{\text{cp}} p + \omega_{\text{cp}}^2},$$

где α – коэффициент затухания; ω_{cp} – частота, на которой фазовый сдвиг выходного напряжения фильтра равен $-\pi/2$.

1. Период дискретизации $T_d = 1,667$ мс.

Если $T_d = 1,667$ мс, то $\varphi = 1200$, т.е. с учётом деформации шкалы частот

$$\Omega_{\text{cp}} = \frac{2}{T_d} \cdot \frac{\sin \omega_{\text{cp}} T_d}{1 + \cos \varphi T_d} = \frac{2}{1,667 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{\sin 314 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3}}{1 + \cos 314 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3}} \approx 321,54 \text{ с}^{-1}.$$

При $\alpha = 1,414$ полюса передаточной функции

$$p_{1,2} = \frac{321,54}{2} (-1,414 \pm \sqrt{1,414^2 - 4}) = 160,77 (-1,414 \pm j1,414) \approx -227,33 \pm j227,33.$$

Пересчитаем полюса передаточной функции аналогового фильтра-прототипа в z -область по формуле (2.44):

$$z_1 = \frac{\varphi + p_1}{\varphi - p_1} = \frac{1200 - 227,33 + j227,33}{1200 + 227,33 + j227,33} \approx 0,64 + j0,26 \approx 0,69 e^{j22,912^\circ};$$

$$z_2 = \frac{\varphi + p_2}{\varphi - p_2} = \frac{1200 - 227,33 - j227,33}{1200 + 227,33 - j227,33} \approx 0,64 - j0,26 \approx 0,69 e^{-j22,912^\circ}.$$

Оба нуля передаточной функции исходного прототипа одинаковы и не содержат мнимой части:

$$z_{1,2}^{''0} = \lim_{p_{1,2}^{''0} \rightarrow \infty} \frac{\varphi + p_{1,2}^{''0}}{\varphi - p_{1,2}^{''0}} = \lim_{p_{1,2}^{''0} \rightarrow \infty} \frac{1200 + p_{1,2}^{''0}}{1200 - p_{1,2}^{''0}} = -1.$$

Два комплексно-сопряжённых полюса передаточной функции – $z_1 = \xi_1 + \eta_1 = 0,64 + j0,26$ и $z_2 = \xi_2 + \eta_2 = 0,64 - j0,26$ – образуют рекурсивную часть биквадратного звена:

$$X_1(z) = 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2},$$

где $b_1 = -2\xi_1 = -2 \cdot 0,64 = -1,28$; $b_2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 = 0,64^2 + 0,26^2 \approx 0,478$.

Два нуля передаточной функции образуют нерекурсивную часть биквадратного звена:

$$Y_1(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2},$$

где $a_1 = -2\xi_1^{0''} = -2 \cdot (-1) = 2$; $a_2 = (\xi_1^{0''})^2 = (-1)^2 = 1$.

Карта нулей и полюсов синтезируемого цифрового фильтра (рис. 2.37, а) свидетельствует о его устойчивости.

По правилу близости добротностей нуля и полюса согласно выражению (2.47) передаточная функция единственного биквадратного звена приводится к виду

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,28z^{-1} + 0,478z^{-2}}.$$

По передаточной функции рекурсивного биквадратного звена запишем комплексную частотную характеристику:

$$\begin{aligned} \underline{H}(\omega) &= \frac{1 + 2e^{-j\omega T_d} + e^{-j2\omega T_d}}{1 - 1,28e^{-j\omega T_d} + 0,478e^{-j2\omega T_d}} = \\ &= \frac{1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d - j(2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)}{1 - 1,28\cos\omega T_d + 0,478\cos 2\omega T_d + j(1,28\sin\omega T_d - 0,478\sin 2\omega T_d)}. \end{aligned}$$

Представив комплексную частотную характеристику в показательной форме, получаем формулы для вычисления параметров АЧХ и ФЧХ фильтра:

$$\begin{aligned} H(\omega) &\approx \sqrt{\frac{(1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d)^2 + (2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)^2}{(1 - 1,28\cos\omega T_d + 0,48\cos 2\omega T_d)^2 + (1,28\sin\omega T_d - 0,48\sin 2\omega T_d)^2}}; \\ \beta(\omega) &= \arctg \frac{-(2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)}{1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d} - \arctg \frac{1,28\sin\omega T_d - 0,48\sin 2\omega T_d}{1 - 1,28\cos\omega T_d + 0,48\cos 2\omega T_d}. \end{aligned}$$

2. При $\alpha = 0,707$ полюса передаточной функции прототипа

$$p_{1,2} = \frac{321,54}{2} (-0,707 \pm \sqrt{0,707^2 - 4}) \approx -113,68 \pm j300,77.$$

преобразовываются в полюса функции $H(z)$ на z -плоскости

$$\begin{aligned} z_1 = \frac{\varphi + p_1}{\varphi - p_1} &= \frac{1200 - 113,68 + j300,77}{1200 + 113,68 + j300,77} \approx 0,74 + j0,4 \approx 0,84e^{j36^{\circ}21'}; \\ z_2 = \frac{\varphi + p_2}{\varphi - p_2} &= \frac{1200 - 113,68 - j300,77}{1200 + 113,68 + j300,77} \approx 0,74 - j0,4 \approx 0,84e^{-j36^{\circ}21'}. \end{aligned}$$

Нули передаточной функции ФНЧ-прототипа на z -плоскости не зависят от значения коэффициента α , поэтому нули функции $H(z)$ на z -плоскости такие же (рис. 2.37, б).

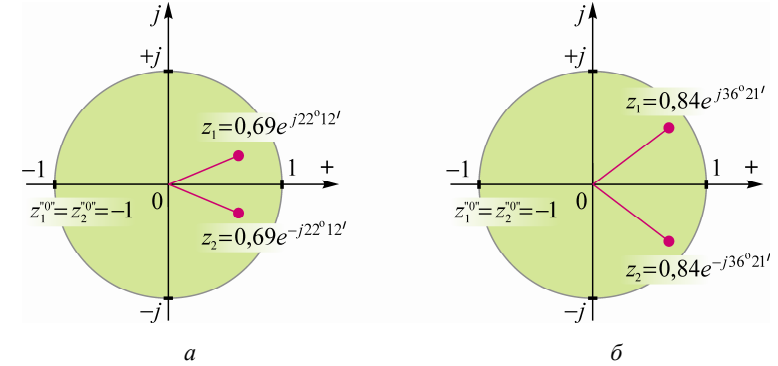


Рис. 2.37. Карта полюсов и нулей передаточной функции БИХ-фильтра: а – $\alpha = 1,414$ (фильтр Баттерворта); б – $\alpha = 0,707$ (фильтр Чебышева)

3. Соответственно значениям полюсов и нулей передаточная функция и комплексная частотная характеристика биквадратного звена описываются уравнениями

$$\begin{aligned} H_k(z) &= \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,47z^{-1} + 0,7z^{-2}}; \\ \underline{H}(\omega) &= \frac{1 + 2e^{-j\omega T_d} + e^{-j2\omega T_d}}{1 - 1,47e^{-j\omega T_d} + 0,7e^{-j2\omega T_d}} = \\ &= \frac{1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d - j(2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)}{1 - 1,47\cos\omega T_d + 0,7\cos 2\omega T_d + j(1,47\sin\omega T_d - 0,7\sin 2\omega T_d)}. \end{aligned}$$

Комплексная частотная характеристика, представленная в показательной форме, даёт формулы для вычисления параметров АЧХ и ФЧХ фильтра:

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \sqrt{\frac{(1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d)^2 + (2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)^2}{(1 - 1,47\cos\omega T_d + 0,7\cos 2\omega T_d)^2 + (1,47\sin\omega T_d - 0,7\sin 2\omega T_d)^2}}; \\ \beta(\omega) &= \arctg \frac{-(2\sin\omega T_d + \sin 2\omega T_d)}{1 + 2\cos\omega T_d + \cos 2\omega T_d} - \arctg \frac{1,47\sin\omega T_d - 0,7\sin 2\omega T_d}{1 - 1,47\cos\omega T_d + 0,7\cos 2\omega T_d}. \end{aligned}$$

Вычисления параметров АЧХ для разных значений α дают отличающиеся результаты: когда $\alpha = 1,414$, $H(\omega)_{\max} = H(0) \approx 20,21$; когда $\alpha = 0,707$, $H(0) \approx 17,75$, поэтому в первом случае надлежит использовать коэффициент масштабирования $\mu_1 = 0,0495$, но тогда во втором случае $H(\omega)_{\max} \approx 1,51$ наблюдается при $\omega \approx 273 \text{ с}^{-1}$, так что для получения $H(\omega)$ в относительных единицах на нулевой частоте $H(0)_* = 1$ целесообразно использовать коэффициент масштабирования $\mu_1 = 0,0569$.

Сопоставляя АЧХ рекурсивных фильтров (рис. 2.38) и аналоговых фильтров-прототипов (см. рис. 2.28), можно отметить большую степень подобия абсолютных и относительных показателей подавления высших гармонических слагающих: если у первых $H(\omega_1) = 0,707$ и $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 9,87$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 136$ при $\alpha = 1,414$; $H(\omega_1) = 1,41$ и $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 18,64$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 272$ при $\alpha = 0,707$, то у вторых $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 6,43$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 17,67$ при $\alpha = 1,414$ и $H(\omega_1)/H(\omega_3) \approx 11,69$, $H(\omega_1)/H(\omega_5) \approx 34,49$ при $\alpha = 0,707$.

Фазовый сдвиг $\beta(\omega)$ реакции БИХ-фильтра 2-го порядка изменяется в диапазоне углов от $-\pi$ до π : $\beta(0) = 0$, $\beta(\omega_1) = -90^\circ$, $\beta(\omega_3) \approx 168^\circ 30'$; $\beta(\omega_6) = -180^\circ$ со скачком фазы до 180° , имеет нелинейный характер с увеличением кривизны ФЧХ при росте значений α (см. рис. 2.38). Характер фазового сдвига $\beta(\omega)$ и его численные значения близки к ФЧХ прототипа, у которого $\beta(0) = 0$, $\beta(\omega_1) = -90^\circ$, $\beta(\omega_6) \approx 152^\circ 4'$; $\beta(\omega_3) \approx -166^\circ 22'$, но у аналогового ФНЧ нет периодического изменения функции $\beta(\omega)$.

4. Сравнивая параметры частотных характеристик ФНЧ 2-го порядка аналоговых и синтезированных методами стандартного и билинейного z -преобразований (см. рис. 2.25 и рис. 2.38), можно сделать два важных вывода:

1) подавление высших гармонических слагающих входного воздействия рекурсивных фильтров в целом лучше, чем у их прототипов;

2) принципиальным свойством рекурсивных фильтров, синтезированных методом билинейного z -преобразования, является абсолютное подавление лежащей на границе основной полосы частот гармоники, кратной $N/2$, что принципиально не может быть достигнуто в аналоговых фильтрах.

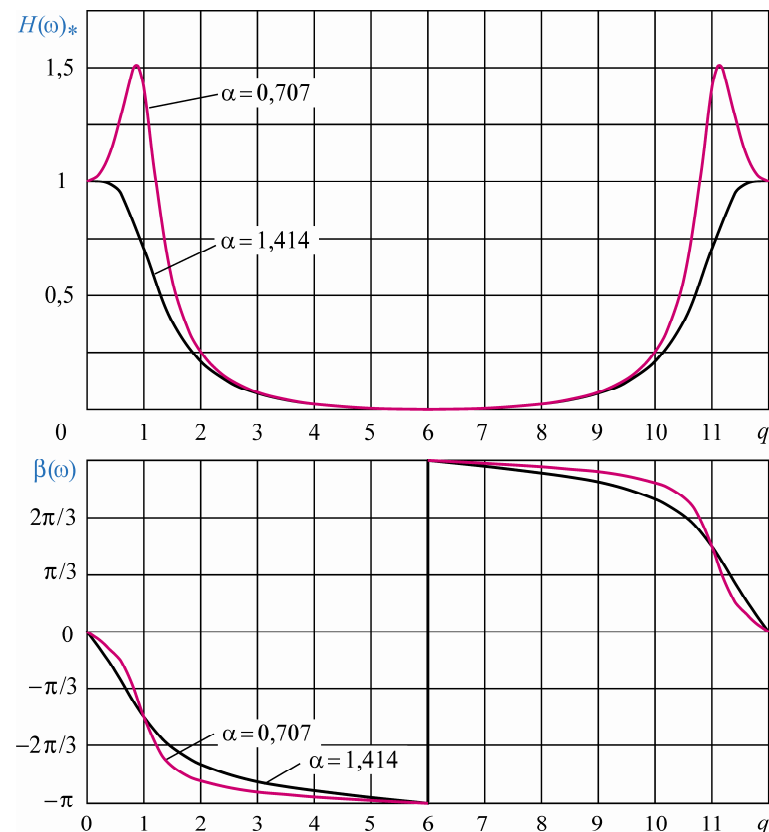


Рис. 2.38. АЧХ и ФЧХ цифровых фильтров разной добротности, синтезированных методом билинейного z -преобразования

3. ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОРГАНЫ

3.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЦИО

Измерительные органы устройств релейной защиты, в которых при обработке информации выполняются операции с последовательностями чисел, зависящими от текущих значений входных напряжений и токов, являются *цифровыми* – ЦИО. Использование цифровой обработки сигналов и соответствующих методов их преобразования обуславливает новые свойства ЦИО, отсутствующие у аналоговых РИО [9], что требует учёта их при проектировании современных комплексов РЗА. Для оценки поведения ЦИО в реальных режимах работы электрической системы необходимы исследования методов реализации их характеристик, влияния частоты дискретизации входных сигналов на характеристики ЦИО, частотных характеристик ЦИО, поведения их в динамических условиях и т.д.

Рассматривая структуру ЦИО и преобразование в них сигналов, можно классифицировать ЦИО по следующим группам [9]:

Группа I – ЦИО на основе вычисления векторов, соответствующих входным синусоидальным сигналам. Выполнение таких ЦИО подразумевает на отдельных этапах вычисления параметров векторов (амплитуд, фаз, ортогональных составляющих), характеризующих контролируемые токи и напряжения электрической системы. В структуре ЦИО этой группы прежде всего следует выделить блоки вычисления векторов тока или напряжения (блоки измерения) (рис. 3.1, а), входными сигналами которых являются цифровые выборки дискретизированных аналоговых сигналов $u(t)$ и $i(t)$:

$$\left. \begin{aligned} u(nT_d) &= U_m \sin(\omega nT_d + \psi_u); \\ i(nT_d) &= I_m \sin(\omega nT_d + \psi_i), \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

а выходными – цифровые последовательности, характеризующие соответствующие векторы:

$$\begin{aligned} \underline{U}(nT_d) &= U_m e^{j(\omega nT_d + \psi_u)} = U_m e^{j\psi_u(nT_d)} = U_x(nT_d) + jU_y(nT_d); \\ \underline{I}(nT_d) &= I_m e^{j(\omega nT_d + \psi_i)} = I_m e^{j\psi_i(nT_d)} = I_x(nT_d) + jI_y(nT_d). \end{aligned}$$

На основе блоков вычисления векторов напряжения и тока, включаемых в тракты обработки сигналов различных фаз, возможно построение большинства измерительных и пусковых органов микропроцессорных реле. При реализации ЦИО напряжения и тока выходные последовательности указанных блоков сравниваются в блоках уставок по модулю с заданными значениями постоянных C_U и C_I , (рис. 3.1, б), например по условиям

$$|\underline{U}(nT_d)| \leq C_U; |\underline{I}(nT_d)| \geq C_I.$$

В фильтровых ЦИО линейными преобразованиями цифровых последовательностей, соответствующих векторам фазных токов (или напряжений), обеспечивается вычисление векторов составляющих прямой, обратной или нулевой последовательностей, после чего осуществляется сравнение их с уставкой. В частности, структура реле тока обратной последовательности может быть построена по условию

$$|\underline{I}_2(nT_d)| = |\underline{I}_A(nT_d) + \underline{a}^2 \underline{I}_B(nT_d) + \underline{a} \underline{I}_C(nT_d)| \geq C_{I_2}; \underline{a} = e^{j120^\circ}.$$

Каждая из комплексных цифровых последовательностей, относящихся к фазам A , B , и C – $\underline{I}_A(nT_d)$, $\underline{I}_B(nT_d)$ и $\underline{I}_C(nT_d)$ (рис. 3.1, в), соответствует двум действительным цифровым последовательностям, определяющим текущие значения измеряемых векторов.

Измерительные органы, имеющие характеристики в комплексной плоскости (направления мощности, сопротивления), определяют структуры, показанные на рис. 3.1, г, д, содержащие блок деления векторных величин и блок формирования характеристики срабатывания в комплексной плоскости сопротивлений, обеспечивающие фиксацию нахождения $\underline{Z}(nT_d)$ в заданной области плоскости $\underline{Z}$. Первая из указанных структур соответствует фазному ЦИО дистанционной защиты, включаемому на междуфазные ток и напряжение и срабатывающему при возникновении КЗ в случае выполнения условия

$$\underline{Z}(nT_d) = \underline{U}(nT_d) / \underline{I}(nT_d) \leq \underline{C}_Z,$$

где $\underline{C}_Z$ – уставка срабатывания при междуфазных КЗ.

Вторая структура – ЦИО, реагирующему на замыкания на землю при выполнении условия

$$\underline{Z}(nT_d) \leq \underline{U}(nT_d) / [\underline{I}(nT_d) + \underline{k}_0 \underline{I}_0(nT_d)].$$

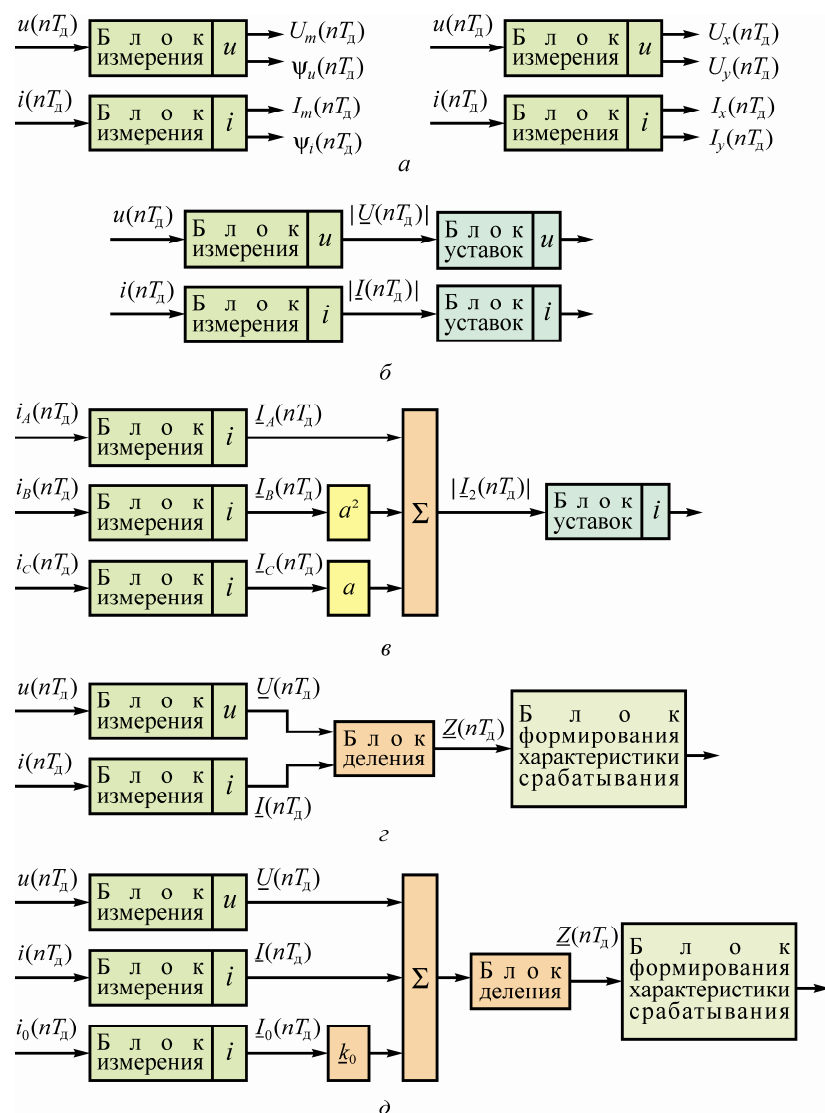


Рис. 3.1. Структуры ЦИО на основе алгоритмов вычисления векторов:
а – блоки вычисления векторов напряжения и тока;
б – измерительные органы напряжения и тока;
в – измерительный орган тока обратной последовательности;
г, д – органы сопротивления

Обеспечение необходимых характеристик ЦИО в плоскости $\underline{Z}$ можно осуществлять, не производя вычислений $\underline{Z}(nT_d)$, а используя принцип сравнения нескольких величин, являющихся линейными функциями векторов $\underline{U}(nT_d)$, $\underline{I}(nT_d)$:

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1(nT_d) &= k_{11}\underline{U}(nT_d) + k_{12}\underline{I}(nT_d); \\ \underline{E}_2(nT_d) &= k_{21}\underline{U}(nT_d) + k_{22}\underline{I}(nT_d); \\ \dots &\dots \dots \\ \underline{E}_m(nT_d) &= k_{m1}\underline{U}(nT_d) + k_{m2}\underline{I}(nT_d). \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Принцип формирования векторных величин (3.2) можно реализовать посредством структуры, приведенной на рис. 3.2. Блок сравнения, реализуемый программно, осуществляет сравнение величин $\underline{E}_1(nT_d) \dots \underline{E}_m(nT_d)$ для получения требуемых характеристик срабатывания. Указанная структурная схема полностью соответствует схемам аналоговых РИО, выполненным на основе сравнения двух и более электрических величин по абсолютному значению, фазе и обоим признакам [9].

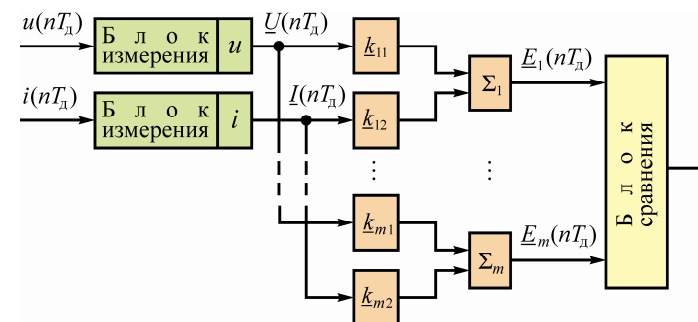


Рис. 3.2. Структура ЦИО со сравнением векторных цифровых последовательностей

Аналогично, посредством сравнения величин, зависящих от токов и напряжений различных фаз, обеспечивается формирование характеристик срабатывания трехфазных ЦИО, действующих при различных видах повреждений.

Группа II – ЦИО на основе непосредственных операций с мгновенными значениями величин. Получение необходимых характеристик срабатывания ЦИО данной группы обеспечивается

непосредственно операциями с цифровыми последовательностями, соответствующими выборкам дискретизированных аналоговых сигналов $u(nT_d)$, $i(nT_d)$ без вычислений векторов $\underline{U}(nT_d)$, $\underline{I}(nT_d)$.

В ряде случаев такие преобразования требуют меньшего числа операций по сравнению с тем, как реализуются ЦИО группы I. При этом могут быть получены и иные свойства измерительных органов.

Группа III – ЦИО на основе нахождения входного сопротивления с использованием уравнений, описывающих параметры схемы и режима электрической системы. Данная группа ЦИО использует для нахождения параметров петли повреждения соотношения между мгновенными значениями токов и напряжений, имеющих место при повреждении на высоковольтной линии электропередачи.

Группа IV – квазицифровые органы, характеризующиеся предварительными нелинейными преобразованиями аналоговых сигналов до цифровой обработки. В органах этой группы некоторые преобразования переносятся из цифровой части в аналоговую, чем обеспечивается получение достаточно эффективных ЦИО при меньших быстродействии АЦП и производительности МП.

Например, при выполнении органов сопротивления к АЦП могут подводиться выпрямленные сигналы вида $E_v = |k_{v1}\underline{U}| + |k_{v2}\underline{I}|$ (рис. 3.3), а к микропроцессору подводятся дискретизированные цифровые сигналы вида $E_v(nT_d) = |k_{v1}\underline{U}(nT_d) + k_{v2}\underline{I}(nT_d)|$. Получение необходимых характеристик ЦИО обеспечивается операциями в МП с цифровыми последовательностями $E_v(nT_d)$.

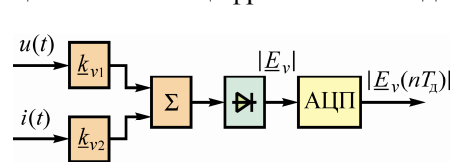


Рис. 3.3. Структура квазицифровых измерительных органов

группы I, позволяющее выполнить защиты различных назначений на основе одних и тех же блоков измерений (см. рис. 3.1). Способы построения ЦИО групп II и III менее универсальны и

могут применяться в фильтровых, дистанционных и дифференциальных органах. Квазицифровые органы группы IV обладают значительно меньшей программируемостью, их применение обусловлено недостаточной производительностью МП.

3.2. АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ

3.2.1. Общие положения

В аналоговых устройствах защиты осуществляется измерение параметров контролируемых синусоидальных величин электрической системы путем воздействия непрерывных аналоговых сигналов, зависящих от входных токов и напряжений, на физическую систему (индукционную, электромагнитную, полупроводниковую и т.д.). По результатам этого воздействия оценивается нахождение контролируемых параметров в заданной области, на основании чего принимается решение, соответствующее алгоритму работы защиты. Например, срабатывание измерительного органа максимальной токовой защиты, дающего команду реле времени на отсчёт выдержки времени, соответствует при синусоидальном токе превышению его амплитудой заранее заданного значения (действующее значение превышает уставку).

В ЦИО основные операции производятся не с аналоговыми сигналами, а с чередующимися во времени с периодом T_d последовательностями двоичных чисел, соответствующими дискретным сигналам, полученным при цифровой обработке входных аналоговых сигналов.

Алгоритмом ЦИО называется последовательность операций с цифровыми отсчётами (выборками), зависящими от входных аналоговых сигналов, обеспечивающая измерение контролируемых параметров электрической системы или оценку их нахождения в заданной области.

Все рассматриваемые алгоритмы обеспечивают необходимые характеристики ЦИО при условии, что производятся операции с цифровыми последовательностями вида (3.1), обусловленными цифровой обработкой только синусоидальных сигналов частоты 50 Гц ($\omega = 314 \text{ с}^{-1}$), т.е. составляющие других частот практически отсутствуют.

В основу рассматриваемых алгоритмов положена возможность определения амплитуды U_m и фазы ψ входного синусоидального сигнала $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$, изменяющегося с частотой $\omega = \omega_1$, по известным в произвольный момент времени t мгновенным значениям сигнала $u(t)$ и его первой $du/dt = \omega U_m \cos(\omega t + \psi)$ и второй $d^2u/dt^2 = -\omega^2 U_m \sin(\omega t + \psi)$ производных.

3.2.2. Вычисление векторов по мгновенным значениям синусоидальных величин

Синусоидальный сигнал $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$ в векторном представлении записывается как $U_m e^{j(\omega t + \psi)} = \underline{U}_m e^{j\omega t} = U_x + jU_y$, чему соответствует геометрическое отображение, показанное на рис. 3.4, а. Амплитуда синусоидальной величины U_m и фаза ψ , как это следует из известных тригонометрических соотношений, иллюстрируемых рис. 3.4, а, могут быть вычислены по формулам

$$U_m = \sqrt{u^2(t) + \left(\frac{1}{\omega} \frac{du}{dt}\right)^2}; \quad \psi = \arctg \frac{\omega u(t)}{du/dt} - \omega t. \quad (3.3)$$

Этим формулам соответствует векторное соотношение

$$\underline{U}(t) = \underline{U}_m e^{j\omega t} = \frac{1}{\omega} \frac{du}{dt} + ju(t). \quad (3.4)$$

Из уравнений (3.3, 3.4) относительно легко получаются алгоритмы, определяющие вектор $\underline{U}(nT_d) = \underline{U}_m e^{j\omega nT_d}$, соответствующий цифровой форме дискретизированного синусоидального сигнала $u(nT_d) = U_m \sin(\omega nT_d + \psi)$.

Если для вычисления первой производной использовать выборки $u(nT_d)$ и $u[(n-1)T_d]$ дискретизированного синусоидального сигнала (рис. 3.4, б), то можно принять

$$u(t) = u(nT_d); \quad \frac{du}{dt} \approx \frac{1}{T_d} \{u(nT_d) - u[(n-1)T_d]\}, \quad (3.5)$$

откуда с учётом выражения (3.4) и соотношения $\omega T_d = 2\pi/N$, где T – период частоты напряжения $u(t)$, а $N = T/T_d$ – число выборок за период, получается алгоритм вычисления вектора $\underline{U}(nT_d)$:

$$\underline{U}(nT_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right) u(nT_d) - \frac{N}{2\pi} u[(n-1)T_d]. \quad (3.6)$$

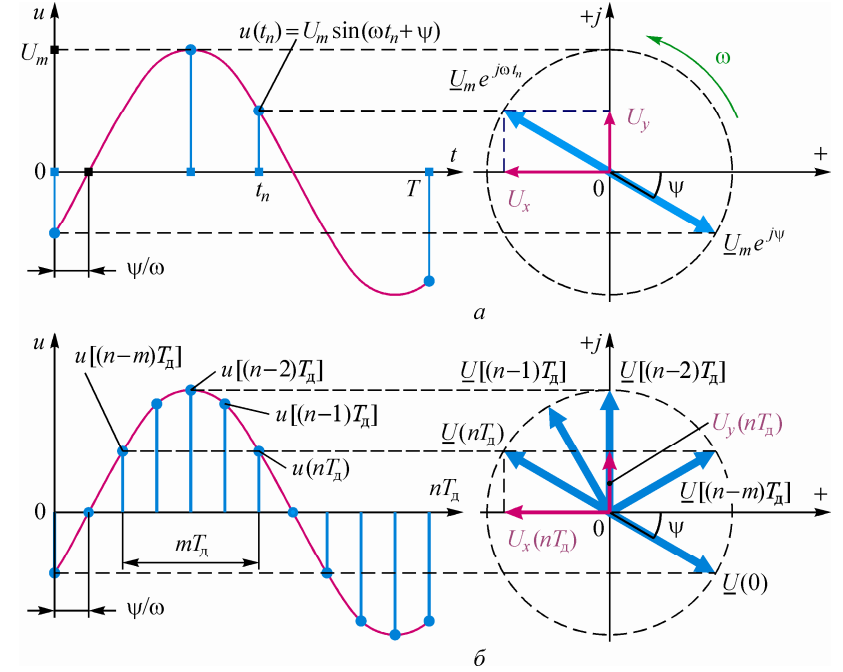


Рис. 3.4. Векторное представление синусоидальных величин:
а – напряжение и соответствующий ему вектор;
б – дискретизированное напряжение

Алгоритм (3.6) не является точным из-за приближённого вычисления производной по формуле (3.5), т.е. по двум выборкам.

Вычисление вектора $\underline{U}(nT_d)$ на основе соотношения (3.4) возможно и посредством усреднения замера мгновенного значения на отрезке T_d :

$$u(t) \approx \frac{1}{2} \{u(nT_d) + u[(n-1)T_d]\}; \quad \frac{du}{dt} \approx \frac{1}{T_d} \{u(nT_d) - u[(n-1)T_d]\}.$$

Тогда вектор $\underline{U}(nT_d)$ вычисляется по формуле

$$\underline{U}(nT_d) = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{\pi} + j\right) u(nT_d) + \frac{1}{2} \left(j - \frac{N}{\pi}\right) u[(n-1)T_d]. \quad (3.7)$$

Ещё более точное вычисление вектора получается, если используются три выборки – $u(nT_d)$, $u[(n-1)T_d]$, $u[(n-2)T_d]$.

В этом случае можно принять

$$u(t) \approx u[(n-1)T_d]; \quad \frac{du}{dt} \approx \frac{1}{2T_d} \{u(nT_d) - u[(n-2)T_d]\},$$

следовательно, вектор $\underline{U}(nT_d)$ вычисляется по формуле

$$\underline{U}(nT_d) = \frac{N}{4\pi} \{u(nT_d) - u[(n-2)T_d]\} + ju[(n-1)T_d]. \quad (3.8)$$

Отметим, что алгоритмы (3.6), (3.7) и (3.8) имеют зависящие от числа выборок за период N даже при неизменной частоте измеряемых сигналов погрешности, характеризующие их параметры точности и частотные свойства.

Для лучшей отстройки от аperiodических составляющих входного сигнала возможно применение алгоритма вычисления амплитуды U_m и фазы ψ гладкой синусоидальной функции, использующего первую и вторую производные [9]:

$$\underline{U}(t) = \frac{1}{\omega} \frac{du}{dt} - \frac{j}{\omega^2} \frac{d^2u}{dt^2}. \quad (3.9)$$

При дискретной реализации алгоритма (3.9)

$$\frac{du}{dt} \approx \frac{1}{T_d} \{u(nT_d) - u[(n-1)T_d]\};$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} \approx \frac{1}{T_d^2} \{u(nT_d) + u[(n-2)T_d] - 2u[(n-1)T_d]\}.$$

После преобразований из уравнения (3.9) получается алгоритм вычисления вектора $\underline{U}(nT_d)$ по трём цифровым отсчётам:

$$\underline{U}(nT_d) = \frac{N(2\pi - jN)}{4\pi^2} u(nT_d) - \frac{N(\pi - jN)}{2\pi^2} u[(n-1)T_d] - \frac{jN^2}{2\pi^2} u[(n-2)T_d]. \quad (3.10)$$

С учётом принятого определения *порядка алгоритма* [9] соотношения (3.6) и (3.7) относятся к алгоритмам 1-го порядка, соотношения (3.8) и (3.10) – 2-го порядка. При использовании последовательностей комплексных чисел и условных обозначений, показанных на рис. 2.1, алгоритмы 1-го порядка (3.6) и (3.7) могут быть представлены структурами рис. 3.5, где соответственно

$$a_0 = \frac{N}{2\pi} + j; \quad a_1 = -\frac{N}{2\pi} \quad \text{и} \quad a_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{\pi} + j \right); \quad a_1 = \frac{1}{2} \left(j - \frac{N}{\pi} \right).$$

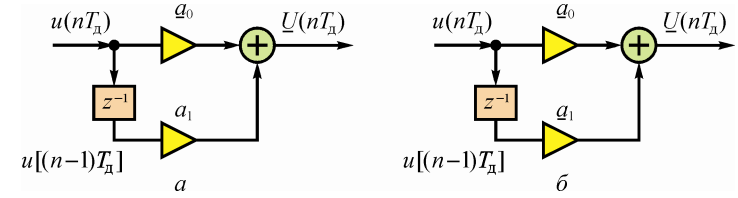


Рис. 3.5. Структурные схемы алгоритмов 1-го порядка:
а – алгоритм (3.6); б – алгоритм (3.7)

Алгоритмы 2-го порядка (3.8) и (3.10) могут быть представлены структурами рис. 3.6, где для алгоритма (3.8)

$$a_0 = \frac{N}{4\pi}; \quad a_2 = -\frac{N}{4\pi}; \quad a_1 = j,$$

а для алгоритма (3.10)

$$a_0 = \frac{N(2\pi - jN)}{4\pi^2}; \quad a_1 = \frac{N(jN - \pi)}{2\pi^2}; \quad a_2 = -\frac{jN^2}{4\pi^2}.$$

При использовании последовательностей действительных чисел вектор представляется в виде $\underline{U}(nT_d) = U_x(nT_d) + jU_y(nT_d)$, где $U_x(nT_d)$ и $U_y(nT_d)$ – ортогональные составляющие вектора $\underline{U}(nT_d)$. В этом случае входной последовательности $u(nT_d)$ соответствуют две последовательности $U_x(nT_d)$ и $U_y(nT_d)$, определяющие измеряемый вектор. Для этого случая структура алгоритмов 2-го порядка приведена на рис. 3.6, б.

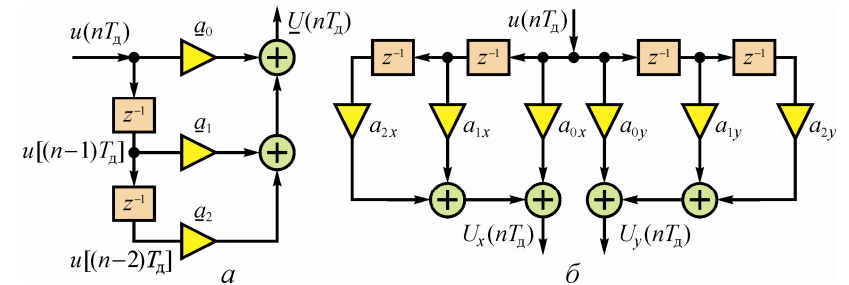


Рис. 3.6. Структурные схемы алгоритмов 2-го порядка:
а – алгоритмы (3.8) и (3.10) с комплексными коэффициентами;
б – алгоритм (3.8) с действительными коэффициентами и двумя "ортогональными" цифровыми последовательностями

Здесь цифровые последовательности умножаются на составляющие a_x и a_y комплексных коэффициентов $\underline{a} = a_x + ja_y$. В частности, для алгоритма 2-го порядка по выражению (3.8) и структуре рис. 3.6, б

$$a_{0x} = \frac{N}{4\pi}; a_{1x} = 0; a_{2x} = -\frac{N}{4\pi}; a_{0y} = 0; a_{1y} = 1; a_{2y} = 0.$$

Пример 3.1. Определить возможную погрешность вычисления параметров входной воздействующей величины реле тока, блок измерения которого (см. рис. 3.1, а) выполняет цифровые преобразования по алгоритму (3.6). Входная воздействующая величина – синусоидальный ток частоты 50 Гц – дискретизируется двенадцатью отсчётами за период ($T_d \approx 1,667$ мс).

Рассмотрим случай, когда на протяжении полупериода, блок измерений получает шесть цифровых отсчётов: $i(0) = 0$; $i(T_d) = 0,5$; $i(2T_d) = 0,866$; $i(3T_d) = 1$; $i(4T_d) = 0,866$; $i(5T_d) = 0,5$.

Согласно условию задачи и выражению (3.6)

$$\underline{I}(T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(T_d) - \frac{N}{2\pi}i(0) = \left(\frac{12}{2\pi} + j\right) \cdot 0,5 \approx 0,96 + j0,5 \approx 1,08e^{j27^\circ 38'};$$

$$\underline{I}(2T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(2T_d) - \frac{N}{2\pi}i(T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + j\right) \cdot 0,866 - \frac{6}{\pi} \cdot 0,5 \approx 1,11e^{j51^\circ 5'};$$

$$\underline{I}(3T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(3T_d) - \frac{N}{2\pi}i(2T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + j\right) \cdot 1 - \frac{6}{\pi} \cdot 0,866 \approx 1,03e^{j75^\circ 38'};$$

$$\underline{I}(4T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(4T_d) - \frac{N}{2\pi}i(3T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + j\right) \cdot 0,866 - \frac{6}{\pi} \cdot 1 \approx 0,9e^{j106^\circ 28'};$$

$$\underline{I}(5T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(5T_d) - \frac{N}{2\pi}i(4T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + j\right) \cdot 0,5 - \frac{6}{\pi} \cdot 0,866 \approx 0,86e^{j144^\circ 26'};$$

$$\underline{I}(6T_d) = \left(\frac{N}{2\pi} + j\right)i(6T_d) - \frac{N}{2\pi}i(5T_d) = -\frac{6}{\pi} \cdot 0,5 \approx 0,96e^{j180^\circ},$$

в то время как истинное значение модуля вектора входного тока реле равно единице.

Таким образом, на протяжении полупериода погрешность вычисления модуля вектора входного тока достигает 14 %. Погрешность вычисления фазы входного тока имеет истинное значение только для момента окончания полупериода, когда в значении комплексной величины $\underline{I}(6T_d)$ отсутствует мнимая часть.

Пример 3.2. Какими будут на протяжении 1-й четверти периода результаты вычислений блока измерений, цифровые преобразования в котором осуществляются по алгоритму (3.7), если на вход блока поступают с периодом дискретизации $T_d \approx 1,667$ мс ($N=12$) отсчёты синусоидального тока частоты 50 Гц $i(0)=0$; $i(T_d)=0,5$; $i(2T_d)=0,866$; $i(3T_d)=1$?

Параметры вектора тока 1-й гармоники по выражению (3.7)

$$\underline{I}(T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right)u(T_d) + \left(\frac{j}{2} - \frac{6}{\pi}\right)u(0) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right) \cdot 0,5 \approx$$

$$\approx 0,96 + j0,25 \approx 0,99e^{j14^\circ 40'};$$

$$\underline{I}(2T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right)u(2T_d) + \left(\frac{j}{2} - \frac{6}{\pi}\right)u(T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right) \cdot 0,866 + \left(\frac{j}{2} - \frac{6}{\pi}\right) \cdot 0,5 \approx$$

$$\approx 0,7 + j0,68 \approx 0,98e^{j44^\circ 20'};$$

$$\underline{I}(3T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right)u(3T_d) + \left(\frac{j}{2} - \frac{6}{\pi}\right)u(2T_d) = \left(\frac{6}{\pi} + \frac{j}{2}\right) \cdot 1 + \left(\frac{j}{2} - \frac{6}{\pi}\right) \cdot 0,866 \approx$$

$$\approx 0,26 + j0,93 \approx 0,97e^{j74^\circ 40'}.$$

Усреднения замера мгновенного значения на отрезке T_d , положенное в основу алгоритма (3.7), даёт существенно более точный результат при вычислении модуля вектора по сравнению с алгоритмом (3.6). Нельзя сказать того же касательно точности вычисления фазы, поскольку производная di/dt в обоих алгоритмах определяется одинаково. Здесь следует учитывать факт использования соотношения $u(t) = \{u(nT_d) - u[(n-1)T_d]\}/2$, что даёт момент взятия отсчёта ровно в середине интервала времени между моментами $(n-1)T_d$ и nT_d , а это обуславливает необходимость коррекции фазы на угол $\omega T_d/2$.

Пример 3.3. Измерительный орган напряжения выполнен по структуре рис. 3.1, б. Блок измерений ЦИО осуществляет цифровые преобразования по алгоритму (3.8). Определить результат вычисления параметров вектора напряжения по трём отсчётам $u(0)=0$; $u(T_d)=0,5$; $u(2T_d)=0,866$, если период дискретизации входного сигнала $T_d \approx 1,667$ мс ($N=12$).

Параметры вектора напряжения по выражению (3.8)

$$\underline{U}(T_d) = \frac{12}{4\pi}[u(2T_d) - u(0)] + ju(T_d) = \frac{3}{\pi} \cdot 0,866 + j0,5 \approx 0,83 + j0,5 \approx 0,97e^{j31^\circ}.$$

3.2.3. Алгоритм двух выборов

Рассмотренные алгоритмы из-за приближённого вычисления производных не обеспечивают точного измерения векторов. Алгоритм, обеспечивающий точное измерение параметров вектора $\underline{U}(t) = U_m e^{j(\omega t + \psi)}$ на основе двух выборов $u[(n-m)T_d]$ и $u(nT_d)$ синусоидального сигнала известной частоты ω , взятых через время mT_d (см. рис. 3.4, б), определится совместным решением двух составленных для этих выборов уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u[(n-m)T_d] &= U_m \sin[(n-m)\omega T_d + \psi]; \\ u(nT_d) &= U_m \sin(n\omega T_d + \psi). \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

После преобразований по формуле сложения аргументов из первого уравнения системы (3.11) получается

$$\begin{aligned} \cos(\omega n T_d + \psi) &= \frac{u(nT_d) \cos \omega m T_d - u[(n-m)T_d]}{U_m \sin \omega m T_d}; \\ \cos^2(n\omega T_d + \psi) &= \frac{[u(nT_d)]^2 \cos^2(\omega m T_d) + \{u[(n-m)T_d]\}^2 - 2u(nT_d) \cos \omega m T_d \times u[(n-m)T_d]}{U_m^2 \sin^2(\omega m T_d)}. \end{aligned}$$

Из второго уравнения системы (3.11) следует

$$\sin(n\omega T_d + \psi) = \frac{u(nT_d)}{U_m}; \quad \sin^2(n\omega T_d + \psi) = \left[\frac{u(nT_d)}{U_m} \right]^2.$$

В результате точное значение амплитуды

$$U_m = \frac{\sqrt{\{u[(n-m)T_d]\}^2 - 2u(nT_d)u[(n-m)T_d] \cos \omega m T_d + [u(nT_d)]^2}}{|\sin \omega m T_d|}. \quad (3.12)$$

Цифровое преобразование, обеспечивающее получение параметров вектора по двум выборкам синусоидальной величины $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$, взятым через m циклов, с учётом очевидных соотношений между ортогональными составляющими векторов (см. рис. 3.4, б) получается следующим образом:

$$\underline{U}(nT_d) = U_x(nT_d) + jU_y(nT_d) = \frac{u(nT_d) \cos \omega m T_d - u[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d} + ju(nT_d) =$$

$$\begin{aligned} &= u(nT_d)(\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d} = \\ &= u(nT_d)(a_{0x} + ja_{0y}) - a_{mx} u[(n-m)T_d]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Структурная схема алгоритма (3.13) для последовательности комплексных чисел приведена на рис. 3.7, а, а для двух последовательностей действительных чисел – на рис. 3.7, б. Здесь

$$\underline{a}_0 = \underline{a}_{0x} + j\underline{a}_{0y} = \operatorname{ctg} \omega m T_d; \quad \underline{a}_m = a_{mx} = -\frac{1}{\sin \omega m T_d}.$$

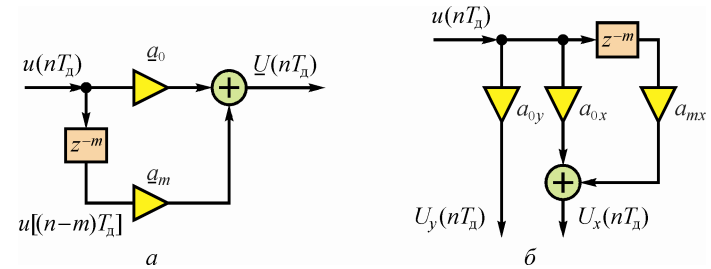


Рис. 3.7. Структура алгоритма двух выборов:
а – для комплексных цифровых последовательностей;
б – для действительных цифровых последовательностей

Значения ортогональных составляющих векторов позволяют легко вычислить начальную фазу синусоидальной величины:

$$\psi = \arctg \frac{u(nT_d) \sin \omega m T_d}{u(nT_d) \cos(\omega m T_d) - u[(n-m)T_d]} - \omega n T_d. \quad (3.14)$$

С уменьшением периода дискретизации до нулевого значения ($T_d \rightarrow 0, N \rightarrow \infty$) алгоритм двух выборов преобразовывается в алгоритм (3.4) с использованием производной.

Для вычисления амплитуды любого вектора $\underline{U}(nT_d)$ по выражению (3.12) и фазового сдвига ψ_{12} между двумя векторами $\underline{U}_1(nT_d)$ и $\underline{U}_2(nT_d)$, соответствующими синусоидальным сигналам частоты ω , достаточно в любой момент времени nT_d выполнить преобразования

$$U_m = \sqrt{[U_x(nT_d)]^2 + [U_y(nT_d)]^2}; \quad \psi_{12} = \arctg \frac{U_{2y}}{U_{2x}} - \arctg \frac{U_{1y}}{U_{1x}}. \quad (3.15)$$

В часто встречающемся случае $m = N/4$ (т.е. $\omega m T_d = \pi/2$), тогда из выражения (3.13) $\underline{U}(nT_d) = ju(nT_d) - u[(n - N/4)T_d]$ и

$$U_m^2 = [u(nT_d)]^2 + \{u[(n - N/4)T_d]\}^2,$$

т.е. для определения амплитуды сигнала достаточно сложения квадратов двух выборок, взятых через $N/4$ циклов.

Пример 3.4. Определить параметры вектора напряжения 1-й гармоники, вычисляемого в блоке измерений по алгоритму двух выборок при $m = 3$, если период дискретизации $T_d \approx 1,667$ мс, а на вход блока на протяжении периода поступают цифровые отсчёты $u(0) = 0$; $u(T_d) = 0,5$; $u(2T_d) = 0,866$; $u(3T_d) = 1$; $u(4T_d) = 0,866$; $u(5T_d) = 0,5$; $u(6T_d) = 0$; $u(7T_d) = -0,5$; $u(8T_d) = -0,866$; $u(9T_d) = -1$; $u(10T_d) = -0,866$; $u(11T_d) = -0,5$.

1. Если считать, что $u(nT_d) = u(5T_d) = 0,5$, а $u[(n - m)T_d] = u(2T_d) = 0,866$, то модуль и фазовый сдвиг вектора напряжения согласно выражениям (3.12) и (3.14)

$$U_m = \frac{\sqrt{[u(2T_d)]^2 - 2u(5T_d) \cdot u(2T_d) \cos 314 \cdot 3 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3} + [u(5T_d)]^2}}{|\sin 314 \cdot 3 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3}|} =$$

$$= \frac{\sqrt{0,866^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 0,866 \cos(\pi/2) + 0,5^2}}{\sin(\pi/2)} = 1;$$

$$\psi = \arctg \frac{u(5T_d) \sin(\pi/2)}{u(5T_d) \cos(\pi/2) - u(2T_d)} - 314 \cdot 5 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3} =$$

$$= \arctg \frac{0,5}{-0,866} - \frac{5\pi}{6} = 180^\circ.$$

2. Если $u(nT_d) = u(3T_d) = 1$, а $u[(n - m)T_d] = u(0) = 0$, то также

$$U_m = \sqrt{[u(0)]^2 + [u(3T_d)]^2} = 1; \psi = \arctg \frac{u(3T_d)}{-u(0)} - \frac{\pi}{2} = \arctg \frac{1}{-0} - \frac{\pi}{2} = 180^\circ.$$

3. Более просто параметры вектора вычисляются по формуле (3.13), так в первом случае

$$\underline{U}(5T_d) = u(5T_d)[\operatorname{ctg}(\pi/2) + j] - \frac{u(2T_d)}{\sin(\pi/2)} = j0,5 - 0,866 = e^{j150^\circ},$$

а во втором

$$\underline{U}(3T_d) = u(3T_d)[\operatorname{ctg}(\pi/2) + j] - u(0) = j = e^{j90^\circ}.$$

Пример 3.5. В реле направления мощности токовой защиты реализуется принцип сравнения фаз подводимых тока и напряжения посредством вычисления фазового сдвига между их векторами согласно алгоритму (3.15) при $m = 3$. Реле срабатывает, если фазовый сдвиг между током и напряжением превышает 90° , причём вектор тока должен быть опережающим.

Частота дискретизации входных воздействующих величин равна 600 Гц ($T_d \approx 1,667$ мс). Сработает ли реле, если за один полупериод изменения входных воздействующих величин на входе блока измерения напряжения отсчёты $u(0) = 0$; $u(T_d) = 0,5$; $u(2T_d) = 0,866$; $u(3T_d) = 1$; $u(4T_d) = 0,866$; $u(5T_d) = 0,5$, а на входе блока измерения тока — $i(0) = 0,866$; $i(T_d) = 0,5$; $i(2T_d) = 0$; $i(3T_d) = -0,5$; $i(4T_d) = -0,866$; $i(5T_d) = -1$?

1. Определим параметры векторов напряжения и тока по формуле (3.13), полагая, что $u(nT_d) = u(3T_d) = 1$, а $u[(n - m)T_d] = u(0) = 0$:

$$\underline{U}(3T_d) = u(3T_d)(\operatorname{ctg} 314 \cdot 3 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3} + j) - \frac{u(0)}{\sin 314 \cdot 3 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1 \cdot [\operatorname{ctg}(\pi/2) + j] = j = e^{j90^\circ};$$

$$\underline{I}(3T_d) = i(3T_d)[\operatorname{ctg}(\pi/2) + j] - \frac{i(0)}{\sin(\pi/2)} = -j0,5 - 0,866 = e^{-j150^\circ}.$$

2. Из результатов вычисления параметров векторов $\underline{U}(3T_d)$ и $\underline{I}(3T_d)$ следует, что $U_x(3T_d) = 0$; $U_y(3T_d) = 1$; $I_x(3T_d) = -0,866$; $I_y(3T_d) = -0,5$; тогда угол между векторами

$$\psi_{12} = \arctg \frac{U_y(3T_d)}{U_x(3T_d)} - \arctg \frac{I_y(3T_d)}{I_x(3T_d)} = \arctg \frac{1}{0} - \arctg \frac{-0,5}{-0,866} = \frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3},$$

т.е. вектор тока опережает вектор напряжения на 120° , следовательно, реле направления мощности действует на срабатывание.

3.2.4. Использование выборок мгновенных значений для получения требуемых характеристик ЦИО

Рассмотрим возможность получения характеристик ЦИО заданной конфигурации на основе непосредственных операций с выборками величин без вычисления векторов, соответствующих напряжению и току.

Предварительно в цифровой форме найдём вектор, сдвинутый относительно вектора, соответствующего входному синусоидальному сигналу, на угол $\gamma = l\omega T_d$. Для этого заменим в выражении (3.13) n на $(n-l)$:

$$U(nT_d)e^{-j\gamma} = u[(n-l)T_d](\text{ctg } \omega m T_d + j) - \frac{u[(n-m-l)T_d]}{\sin \omega m T_d}, \quad (3.16)$$

т.е. для поворота вектора на угол $\pm\gamma$ необходимо сместить последовательность на число циклов

$$l = \pm \frac{\gamma}{m\omega T_d} = \pm \frac{\gamma N}{2\pi}. \quad (3.17)$$

Применим соотношение (3.17) к принципу сравнения синусоидальных величин по фазе, используемому в электронных реле с двумя и более основными воздействующими величинами.

В простейшем случае сравниваемых величин две – e_1 и e_2 . Пусть $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$ – векторы, соответствующие аналоговым синусоидальным величинам e_1 и e_2 частоты ω . Как известно [9], указанный принцип требует, чтобы алгоритм преобразований, осуществляемых в измерительном органе, соответствовал условию, которое записывается как

$$0 \leq \arg \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} \leq \pi. \quad (3.18)$$

Применительно к ЦИО это условие реализуется, если известны выборки величин e_1 и e_2 , взятые соответственно в моменты времени $t_n = nT_d$ и $t_m = (n-m)T_d$: $e_1(nT_d)$, $e_2(nT_d)$, $e_1[(n-m)T_d]$, $e_2[(n-m)T_d]$. В соответствии с выражением (4.13) векторы $\underline{E}_1(nT_d)$ и $\underline{E}_2(nT_d)$ определяются как

$$\begin{aligned} \underline{E}_1(nT_d) &= e_1(nT_d)(\text{ctg } \omega m T_d + j) - \frac{e_1[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d}; \\ \underline{E}_2(nT_d) &= e_2(nT_d)(\text{ctg } \omega m T_d + j) - \frac{e_2[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d}. \end{aligned}$$

Если ввести новую переменную $\underline{W} = \underline{E}_1(nT_d)/\underline{E}_2(nT_d)$, то после преобразования уравнений, описывающих две указанные векторные величины, получается

$$\underline{W} = W_{Re} + jW_{Im}, \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \text{где } W_{Re} &= \langle e_1(nT_d) \cdot e_2(nT_d) + e_2[(n-m)T_d] \cdot e_1[(n-m)T_d] - \\ &\quad - \cos \omega m T_d \{e_1(nT_d) \cdot e_2[(n-m)T_d] + e_2(nT_d) \cdot e_1[(n-m)T_d]\} \rangle; \\ &\quad : \langle [e_1(nT_d)]^2 - 2e_1(nT_d) \cdot e_2(nT_d) \cos \omega m T_d + \{e_1[(n-m)T_d]\}^2 \rangle; \\ W_{Im} &= \langle \{e_1(nT_d) \cdot e_2[(n-m)T_d] - e_2(nT_d) \cdot e_1[(n-m)T_d]\} \sin \omega m T_d \rangle; \\ &\quad : \langle [e_1(nT_d)]^2 - 2e_1(nT_d) \cdot e_2(nT_d) \cos \omega m T_d + \{e_1[(n-m)T_d]\}^2 \rangle. \end{aligned}$$

Условие $0 \leq \arg(\underline{E}_1/\underline{E}_2) \leq \pi$, соответствующее *синусной схеме сравнения фаз* [9], выполняется, если $\underline{W}$ находится в верхней полуплоскости. Следовательно, для реализации указанного условия необходимо и достаточно, чтобы в выражении (3.19) числитель мнимой части W_{Im} величины $\underline{W}$ был положителен:

$$\{e_1(nT_d) \cdot e_2[(n-m)T_d] - e_2(nT_d) \cdot e_1[(n-m)T_d]\} \sin \omega m T_d \geq 0.$$

Для числа циклов между выборками $m < N/2$ ($m\omega T_d < \pi$) всегда $\sin m\omega T_d > 0$, поэтому достаточно только выполнения условия

$$e_1(nT_d) \cdot e_2[(n-m)T_d] - e_2(nT_d) \cdot e_1[(n-m)T_d] \geq 0. \quad (3.20)$$

С учётом выражений (3.16) и (3.20) для построения схемы сравнения фаз с характеристикой, соответствующей неравенству

$$\gamma \leq \arg \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} \leq \pi + \gamma, \quad (3.21)$$

необходимо выполнение условия

$$e_1(nT_d) \cdot e_2[(n-m-l)T_d] - e_2[(n-l)T_d] \cdot e_1[(n-m)T_d] \geq 0, \quad (3.22)$$

получаемое при замене величины $\underline{E}_2$ в неравенстве (3.18) на $\underline{E}_2 e^{-j\gamma}$.

По условию (3.22), используя две выборки мгновенных значений сигналов e_1 и e_2 , можно выполнить ЦИО с произвольно расположенными в плоскости сопротивлений характеристиками в виде прямых, окружностей и их комбинаций. Для этого формируются величины $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$, являющиеся линейными функциями токов и напряжений защищаемого объекта:

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1 &= k_1 \underline{U} + k_2 \underline{I} = k_1 \underline{I} (\underline{Z} - \underline{Z}_1); \quad \underline{Z}_1 = -k_2/k_1; \\ \underline{E}_2 &= k_3 \underline{U} + k_4 \underline{I} = k_3 \underline{I} (\underline{Z} - \underline{Z}_2); \quad \underline{Z}_2 = -k_4/k_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

Получение необходимых характеристик производится выбором соответствующих значений коэффициентов $k_1 \dots k_4$.

Условие (3.22) обеспечивается операциями с двумя выборками сформированных величин e_1 и e_2 , соответствующих векторам $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$. При формировании величин $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$ комплексные коэффициенты $k_1 \dots k_4$ реализуются умножением соответствующих выборок тока i и напряжения u на числа, равные модулям коэффициентов $k_1 \dots k_4$, а фазовые сдвиги – на основе выражения (3.16) – сдвигом номеров выборок.

Пример 3.6 [9]. Построить на основе алгоритма (3.20) структуру ЦИО с круговой характеристикой срабатывания, проходящей через точки $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$, принадлежащие прямой, проходящей через начало координат комплексной плоскости (рис. 3.8), если $\arg \underline{Z}_1 = 60^\circ$; $\arg \underline{Z}_2 = 240^\circ$. Число выборок за период $N=12$, число циклов между выборками $m=2$.

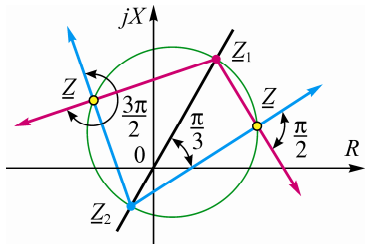


Рис. 3.8. Круговая характеристика ЦИО в комплексной плоскости

1. Области срабатывания, ограниченной характеристикой в виде окружности с диаметром, опирающимся на точки $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ (рис. 3.8), соответствует условие

$$\frac{\pi}{2} \leq \arg \frac{\underline{Z} - \underline{Z}_2}{\underline{Z} - \underline{Z}_1} \leq \frac{3\pi}{2}, \quad (3.24)$$

т.е. в неравенстве (3.21) следует принять $\gamma = \pi/2$, что для $N=12$ даёт $l = l_1 = 3$. Тогда выражение

(3.21) с учётом уравнений (3.23) принимает вид

$$\frac{\pi}{2} \leq \arg \frac{k_3 \underline{Z} - \underline{Z}_2}{k_1 \underline{Z} - \underline{Z}_1} \leq \frac{3\pi}{2}, \quad (3.25)$$

что при действительных коэффициентах k_3 и k_1 соответствует неравенству (3.24).

2. Пусть $k_3 = k_1 = 1$ (в электрической схеме это соответствует непосредственному снятию напряжения с вторичных обмоток промежуточных ТН без фазосдвигающих цепей). Тогда в соответствии с соотношениями (3.23) и данными рис. 3.8

$$k_2 = -\underline{Z}_1 = -|\underline{Z}_1| e^{j60^\circ}; \quad k_4 = -\underline{Z}_2 = -|\underline{Z}_2| e^{j240^\circ} = |\underline{Z}_2| e^{j60^\circ}.$$

Число выборок сдвига при повороте вектора на угол 60° , как это следует из выражения (3.17), $l = l_2 = 2$. Следовательно, отсчё-

ты $e_1(nT_d)$ и $e_2(nT_d)$ сравниваемых величин e_1 и e_2 должны формироваться следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} e_1(nT_d) &= u(nT_d) - |\underline{Z}_1| i[(n+2)T_d]; \\ e_2(nT_d) &= u(nT_d) - |\underline{Z}_2| i[(n+2)T_d]. \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

3. Алгоритм срабатывания ЦИО определится подстановкой в условие (3.22) значений $e_1(nT_d)$ и $e_2(nT_d)$ при $m=2$ и $l_1=3$:

$$\begin{aligned} e_2[(n-5)T_d] \cdot e_1(nT_d) + e_2[(n-3)T_d] e_1[(n-2)T_d] = \\ = \{u[(n-5)T_d] + |\underline{Z}_2| i[(n-3)T_d]\} \{u(nT_d) - |\underline{Z}_1| i[(n+2)T_d]\} - \\ - \{u[(n-3)T_d] + |\underline{Z}_2| i[(n-1)T_d]\} \{u[(n-2)T_d] - |\underline{Z}_1| i(nT_d)\} \geq 0. \end{aligned}$$

Так как сдвиг цифровой синусоидальной последовательности на число циклов $\pm N/2$ эквивалентен изменению её знака, то выборка $i[(n+2)T_d]$ из выражений (3.26) заменяется реальной:

$$i[(n+2)T_d] = -i[(n+2 - N/2)T_d] = -i[(n-4)T_d].$$

Тогда алгоритм ЦИО приобретает вид

$$\begin{aligned} \{u[(n-5)T_d] + |\underline{Z}_2| i[(n-3)T_d]\} \{u(nT_d) - |\underline{Z}_1| i[(n-4)T_d]\} - \\ - \{u[(n-3)T_d] + |\underline{Z}_2| i[(n-1)T_d]\} \{u[(n-2)T_d] - |\underline{Z}_1| i(nT_d)\} \geq 0. \end{aligned}$$

4. Структура ЦИО, реализующая по выборкам $u(nT_d)$, $i(nT_d)$ характеристику, показанную на рис. 3.8 в соответствии с полученным алгоритмом, приведена на рис. 3.9.

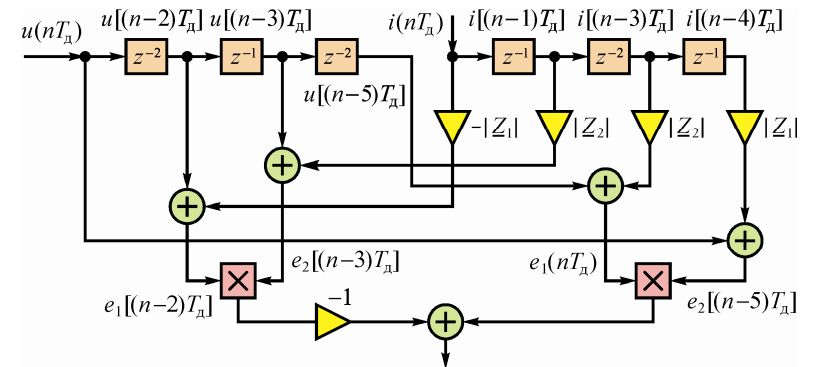


Рис. 3.9. Структура алгоритма ЦИО с круговой характеристикой срабатывания в комплексной плоскости на основе сравнения фаз двух электрических величин

Другой метод построения ЦИО на основе операций с выборками величин может быть реализован на основе операции умножения сигналов e_1 и e_2 , соответствующих векторам, определяемым выражением (3.22), являющихся линейной функцией векторов $\underline{U}$, $\underline{I}$.

Пусть $e_1(nT_d) = E_{1m} \sin \omega nT_d$, $e_2(nT_d) = E_{2m} \sin(\omega nT_d + \psi)$, тогда

$$e_1(nT_d) \cdot e_2(nT_d) = 0,5 E_{1m} E_{2m} [\cos \psi - \cos(2\omega nT_d + \psi)], \quad (3.27)$$

т.е. знак среднего значения произведения $e_1(nT_d) \cdot e_2(nT_d)$ определяется углом ψ между векторами $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$. После фильтрации изменяющейся с частотой 2ω слагающей $E_{1m} E_{2m} \cos(2\omega nT_d + \psi)$ и фиксации знака полученной величины условие $\cos \psi \leq 0$, что эквивалентно неравенству (3.21) при $\gamma = 0$, приобретает вид

$$\frac{\pi}{2} \leq \arg \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} \leq \frac{3\pi}{2}.$$

Таким образом, формируя соответствующим образом последовательности $e_1(nT_d)$ и $e_2(nT_d)$, перемножая их и отфильтровывая составляющую частоты 2ω , можно на основе фиксации знака постоянной составляющей строить ЦИО с круговыми и прямолинейными характеристиками срабатывания.

При построении ЦИО с многоугольной характеристикой срабатывания (рис. 3.10) направление против часовой стрелки принимается за положительное направление обхода точки, определяющей положение конца вектора $\underline{Z}$ [9]. Например, для часто используемой четырехугольной характеристики срабатывания при КЗ в зоне ($\underline{Z} = \underline{Z}'$) точка $\underline{Z}'$ находится всегда слева от любой из сторон четырехугольника $\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \underline{Z}_4$. Для реализации этого положения четыре величины $\underline{E}_1 \dots \underline{E}_4$ формируются аналогично системе (3.23) таким образом, чтобы точки $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_4$ лежали в вершинах четырехугольника. Тогда, если $\arg k_1 = \arg k_2 = \arg k_3 = \arg k_4$, при КЗ в области, ограниченной четырехугольником, всегда одновременно выполняются четыре условия:

$$0 \leq \beta_1 \leq \pi; 0 \leq \beta_2 \leq \pi; 0 \leq \beta_3 \leq \pi; 0 \leq \beta_4 \leq \pi, \quad (3.28)$$

где $\beta_1 \leq \arg(\underline{E}_2/\underline{E}_1)$; $\beta_2 \leq \arg(\underline{E}_3/\underline{E}_2)$; $\beta_3 \leq \arg(\underline{E}_4/\underline{E}_3)$; $\beta_4 \leq \arg(\underline{E}_1/\underline{E}_4)$.

Каждое из неравенств (3.28) может быть реализовано алгоритмом (3.20). Повреждению внутри зоны, ограниченной четы-

рехугольником, будет соответствовать с учётом алгоритма (3.20) одновременное выполнение четырёх неравенств:

$$\left. \begin{aligned} e_2[(n-m)T_d] \cdot e_1(nT_d) - e_1[(n-m)T_d] \cdot e_2(nT_d) &\geq 0; \\ e_3[(n-m)T_d] \cdot e_2(nT_d) - e_2[(n-m)T_d] \cdot e_3(nT_d) &\geq 0; \\ e_4[(n-m)T_d] \cdot e_3(nT_d) - e_3[(n-m)T_d] \cdot e_4(nT_d) &\geq 0; \\ e_1[(n-m)T_d] \cdot e_4(nT_d) - e_4[(n-m)T_d] \cdot e_1(nT_d) &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Здесь используются цифровые отсчёты величин $e_1 \dots e_4$, сформированные аналогично алгоритму (3.26) так, что точки $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_4$ лежали бы в вершинах четырехугольника.

При повреждении вне зоны действия ($\underline{Z} = \underline{Z}''$) по крайней мере одно из неравенств (3.28) не выполняется (на характеристике, показанной на рис. 3.10, указанное относится к углу β_2' между векторами $\underline{Z}'' - \underline{Z}_3$ и $\underline{Z}'' - \underline{Z}_2$).

Приведенные соотношения определяют возможности построения ЦИО с различными характеристиками на основе операций с выборками мгновенных значений величин, пропорциональных току и напряжению.

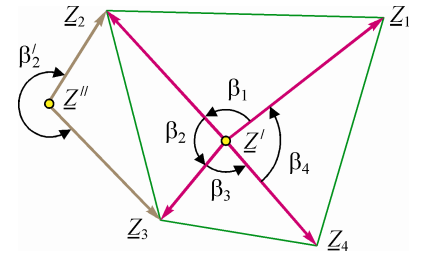


Рис. 3.10. Многоугольная характеристика ЦИО, формируемая на основе сравнения четырёх величин

3.2.5. Характеристики ЦИО на основе ортогональных составляющих электрических величин

При вычисленных параметрах векторов напряжения $\underline{U}(nT_d) = U_x(nT_d) + jU_y(nT_d)$ и тока $\underline{I}(nT_d) = I_x(nT_d) + jI_y(nT_d)$ требуемые характеристики в плоскости сопротивлений могут быть получены двумя способами:

а) вычислением комплексной величины $\underline{Z}(nT_d)$ с последующим сравнением этой величины с заданной областью значений в плоскости $\underline{Z}$;

б) операциями непосредственно с векторами $\underline{U}(nT_d)$ и $\underline{I}(nT_d)$.

Реализация первого способа требует вычисления значения $\underline{Z}(nT_d)$ на основе соотношения

$$\underline{Z} = \frac{U_x(nT_d) + jU_y(nT_d)}{I_x(nT_d) + jI_y(nT_d)} = \frac{U_x(nT_d) \cdot I_x(nT_d) + U_y(nT_d) \cdot I_y(nT_d)}{[I_x(nT_d)]^2 + [I_y(nT_d)]^2} + j \frac{U_y(nT_d) \cdot I_x(nT_d) - U_x(nT_d) \cdot I_y(nT_d)}{[I_x(nT_d)]^2 + [I_y(nT_d)]^2} = R(nT_d) + jX(nT_d). \quad (3.30)$$

Системой неравенств вида

$$\left. \begin{aligned} a_1 R + b_1 X + c_1 &\geq 0; \\ \dots \dots \dots \\ a_k R + b_k X + c_k &\geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

где a, b, c – известные коэффициенты, задаётся в плоскости Z область, ограниченная прямыми по числу неравенств (см. рис. 3.10). Точки пересечения этих прямых $\underline{Z}_1, \dots, \underline{Z}_k$ считаются *особыми*, так как принадлежат сразу двум прямым. Одновременное выполнение всех неравенств системы (3.31) соответствует нахождению контролируемого параметра $\underline{Z}$ в заданной области.

При реализации второго способа получение характеристик ЦИО в виде прямых, окружностей и их комбинаций является результатом непосредственных операций с ортогональными составляющими векторов $\underline{U}(nT_d)$ и $\underline{I}(nT_d)$ без вычисления $\underline{Z}$.

Пусть, например, требуется обеспечить срабатывание ЦИО при попадании точки $\underline{Z}$ в нижнюю полуплоскость, ограниченную проходящей через точки $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$ и $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$ прямой 1 (рис. 3.11). Если текущее значение $\underline{Z}(nT_d)$ находится в указанной области, то [9]

$$\text{Im}[\underline{E}_2(nT_d) \cdot \hat{\underline{E}}_1(nT_d)] < 0, \quad (3.32)$$

где векторная величина $\underline{E}_2(nT_d)$ и сопряжённая с ней векторная величина $\hat{\underline{E}}_1(nT_d)$ определяются из соотношений

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_2(nT_d) &= \underline{U}(nT_d) - \underline{Z}_2(nT_d) \underline{I}(nT_d); \hat{\underline{E}}_1(nT_d) = \hat{\underline{U}}(nT_d) - \hat{\underline{Z}}_1(nT_d) \hat{\underline{I}}(nT_d); \\ \underline{U}(nT_d) &= U_x(nT_d) + jU_y(nT_d); \hat{\underline{U}}(nT_d) = U_x(nT_d) - jU_y(nT_d); \\ \underline{I}(nT_d) &= I_x(nT_d) + jI_y(nT_d); \hat{\underline{I}}(nT_d) = I_x(nT_d) - jI_y(nT_d); \\ \hat{\underline{Z}}_1(nT_d) &= R_1(nT_d) - jX_1(nT_d). \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

После преобразования неравенства (3.32) с учётом соотношений (3.33) получаем

$$I^2(X_2 R_1 - X_1 R_2) + a(X_1 - X_2) + b(R_1 - R_2) < 0, \quad (3.34)$$

где $a = U_x(nT_d)I_x(nT_d) + U_y(nT_d)I_y(nT_d)$;

$$b = U_x(nT_d)I_y(nT_d) - U_y(nT_d)I_x(nT_d);$$

$$I^2 = [I_x(nT_d)]^2 + [I_y(nT_d)]^2.$$

Характеристика срабатывания

ЦИО с вершинами, задаваемыми четырьмя особыми точками – $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3$; $\underline{Z}_4 = R_4 + jX_4$ – обеспечивается аналогичной неравенству (3.34) системой неравенств

$$\left. \begin{aligned} I^2(X_2 R_1 - X_1 R_2) + a(X_1 - X_2) + b(R_1 - R_2) &< 0; \\ I^2(X_3 R_2 - X_2 R_3) + a(X_2 - X_3) + b(R_2 - R_3) &< 0; \\ I^2(X_4 R_3 - X_3 R_4) + a(X_3 - X_4) + b(R_3 - R_4) &< 0; \\ I^2(X_1 R_4 - X_4 R_1) + a(X_4 - X_1) - b(R_4 - R_1) &< 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

Характеристику срабатывания в виде окружности 2, проходящей через точки $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ (см. рис. 3.11), определяет соотношение

$$\frac{\pi}{2} \leq \arg \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} \leq \frac{3}{2}\pi,$$

что эквивалентно условию

$$\text{Re}[\underline{E}_2(nT_d) \cdot \hat{\underline{E}}_1(nT_d)] < 0. \quad (3.36)$$

Подставив величины $\underline{E}_2$ и $\hat{\underline{E}}_1$ из системы (3.33), получаем

$$U^2 - a(R_2 + R_1) + b(X_2 + X_1) + I^2(X_2 X_1 + R_2 R_1) < 0, \quad (3.37)$$

где $U^2 = [U_x(nT_d)]^2 + [U_y(nT_d)]^2$.

Выражения (3.34), (3.35) и (3.37) определяют алгоритмы ЦИО с прямолинейными, круговыми и многоугольными характеристиками срабатывания, где не требуется вычисление входного сопротивления $\underline{Z}$; все операции проводятся непосредственно с вычисленными векторами напряжения $\underline{U}(nT_d)$ и тока $\underline{I}(nT_d)$.

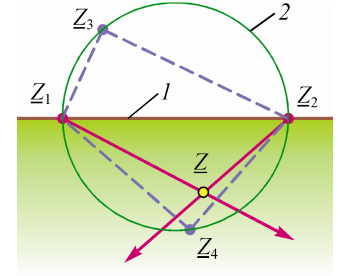


Рис. 3.11. Характеристики ЦИО по алгоритмам (3.35) и (3.37)

Пример 3.7. Область срабатывания ЦИО задана системой неравенств вида (3.31):

$$\begin{cases} X - R \geq 0; \\ X + 2,5R \geq 0; \\ X - 1,5R + 30 \geq 0. \end{cases}$$

Определить, находится ли контролируемый параметр $\underline{Z}$ в заданной области, если $\underline{U}(nT_d) = 0,866 + j0,5$; $\underline{I}(nT_d) = 0,866 - j0,5$?

1. Воспользовавшись формулой (3.30), найдём вещественную и мнимую части комплексного сопротивления:

$$\underline{Z} = \frac{0,866 \cdot 0,866 + 0,5 \cdot (-0,5)}{0,866^2 + 0,5^2} + j \frac{0,5 \cdot 0,866 - 0,866 \cdot (-0,5)}{0,866^2 + 0,5^2} = 0,5 + j0,866.$$

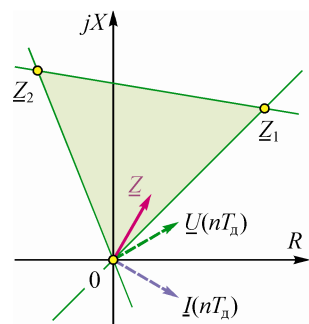


Рис. 3.12. Входные величины и сопротивление $\underline{Z} = e^{j60^\circ}$

2. Подставив полученные значения в уравнения исходной системы, получаем

$$\begin{cases} 0,866 - 0,5 = 0,366 > 0; \\ 0,866 + 2,5 \cdot 0,5 = 2,116 > 0; \\ 0,866 - 1,5 \cdot 0,5 + 30 = 30,116 > 0, \end{cases}$$

т.е. одновременно выполняются все условия нахождения контролируемого параметра в заданной области срабатывания. Указанное иллюстрируется рис. 3.12, где приводится векторная интерпретация решения задачи.

Пример 3.8. Зона срабатывания ЦИО представляет собой полуплоскость, ограниченную прямой, проходящей через точки $\underline{Z}_1 = -10 + j5$ Ом; $\underline{Z}_2 = 10 - j5$ Ом комплексной плоскости.

Будет ли формироваться сигнал срабатывания ЦИО, если $\underline{U}(nT_d) = 8,66 + j5$; $\underline{I}(nT_d) = -0,707 + j0,707$?

1. Для срабатывания ЦИО в нижней части плоскости комплексных сопротивлений, ограниченной прямой, проходящей через две точки $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$ и $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$, должно выполняться условие алгоритма (3.34).

Для проверки этого условия вначале вычислим коэффициенты неравенства и квадратуру тока:

$$a = U_x(nT_d)I_x(nT_d) + U_y(nT_d)I_y(nT_d) = 8,66 \cdot (-0,707) + 5 \cdot 0,707 \approx -2,59;$$

$$b = U_x(nT_d)I_y(nT_d) - U_y(nT_d)I_x(nT_d) = 8,66 \cdot 0,707 - 5 \cdot (-0,707) \approx 9,66;$$

$$I^2 = [I_x(nT_d)]^2 + [I_y(nT_d)]^2 = 0,707^2 + 0,707^2 = 1.$$

Подставляя полученные значения квадратуры тока и вспомогательных коэффициентов a и b в выражение (3.34), получаем

$$I^2(X_2R_1 - X_1R_2) + a(X_1 - X_2) + b(R_1 - R_2) = 1 \cdot [-5 \cdot (-10) - 5 \cdot 10] - 2,59 \cdot [5 - (-5)] + 9,66 \cdot (-10 - 10) \approx -219,$$

т.е. ЦИО должен зафиксировать попадание точки $\underline{Z}(nT_d)$ в зону, охваченную круговой характеристикой срабатывания (рис. 3.13).

Подтверждением факта срабатывания ЦИО является непосредственное вычисление положения точки $\underline{Z}(nT_d)$ в комплексной плоскости по алгоритму (3.30):

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{8,66 \cdot (-0,707) + 5 \cdot 0,707}{0,866^2 + 0,5^2} + \\ &+ j \frac{5 \cdot (-0,707) - 8,66 \cdot 0,707}{0,866^2 + 0,5^2} \approx \\ &\approx -2,59 - j9,66 \approx 10e^{-j105^\circ}. \end{aligned}$$

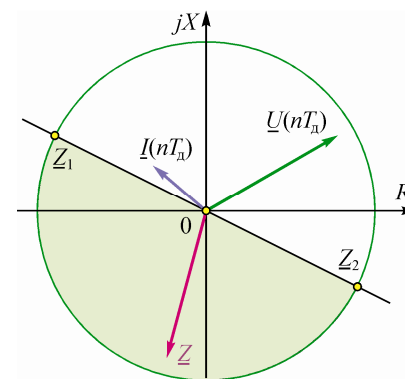


Рис. 3.13. Круговая характеристика срабатывания ЦИО

2. Для обеспечения срабатывания ЦИО с круговой характеристикой срабатывания должно выполняться условие алгоритма (3.37). В нашем случае квадратура напряжения

$$U^2 = [U_x(nT_d)]^2 + [U_y(nT_d)]^2 = 8,66^2 + 5^2 = 100.$$

Подставляя вычисленные значения квадратуры напряжения и коэффициентов a и b в выражение (3.37), получаем

$$\begin{aligned} U^2 - a(R_2 + R_1) + b(X_2 + X_1) + I^2(X_2X_1 + R_2R_1) = \\ = 100 - 1 \cdot [(-5) \cdot 5 + 10 \cdot (-10)] = -25 < 0. \end{aligned}$$

3.2.6. ЦИО, реагирующие на симметричные составляющие

Основным вопросом реализации фильтровых ЦИО является алгоритм вычисления в цифровом виде симметричных составляющих отдельных последовательностей по текущим выборкам мгновенных значений фазных или линейных напряжений и токов трёхфазной системы. Получив в цифровом виде значения симметричных составляющих, несложно выполнить фильтровые ЦИО с одной входной воздействующей величиной (тока, напряжения) или с двумя (направления мощности, сопротивления) [9].

Пусть $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$ – мгновенные значения фазных синусоидальных напряжений трёхфазной системы; $u_{A,n} = u_A(nT_d)$, $u_{B,n} = u_B(nT_d)$, $u_{C,n} = u_C(nT_d)$ – выборки напряжений $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$ в момент времени $t = nT_d$; $u_{A,n-m} = u_A[(n-m)T_d]$, $u_{B,n-m} = u_B[(n-m)T_d]$, $u_{C,n-m} = u_C[(n-m)T_d]$ – выборки напряжений $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$ в момент $t = (n-m)T_d$, отстоящий от момента nT_d на m циклов.

С учётом алгоритма двух выборок (3.13) значения векторов напряжения $\underline{U}_{A,n} = \underline{U}_A(nT_d)$, $\underline{U}_{B,n} = \underline{U}_B(nT_d)$, $\underline{U}_{C,n} = \underline{U}_C(nT_d)$, соответствующих фазным синусоидальным сигналам, могут быть определены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{A,n} &= u_{A,n} (\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u_{A,n-m}}{\sin \omega m T_d}; \\ \underline{U}_{B,n} &= u_{B,n} (\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u_{B,n-m}}{\sin \omega m T_d}; \\ \underline{U}_{C,n} &= u_{C,n} (\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u_{C,n-m}}{\sin \omega m T_d}. \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Для фильтровых ЦИО важными операциями являются операции поворотов фазных величин $\underline{U}_{A,n}$, $\underline{U}_{B,n}$, $\underline{U}_{C,n}$ на угол $\varphi = \pm 2\pi/3$, т.е. их умножение на операторы $\mathbf{a} = e^{\pm j120^\circ}$ и $\mathbf{a}^2 = e^{\pm j240^\circ}$.

В соответствии с выражением (3.16) для выполнения этих операций необходимо сдвинуть все выборки в алгоритме (3.13) на l и $2l$ сдвигов, где число сдвигов l выбирается таким образом, чтобы $\varphi = 2\pi/3 = l\omega T_d$, т.е. согласно соотношению (3.17)

$$l = \frac{2\pi}{3\omega T_d} = \frac{N}{3}.$$

Тогда для фазы A

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} \underline{U}_{A,n} &= u_{A,n-l} (\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u_{A,n-m-l}}{\sin \omega m T_d}; \\ \mathbf{a}^2 \underline{U}_{A,n} &= u_{A,n-2l} (\operatorname{ctg} \omega m T_d + j) - \frac{u_{A,n-m-2l}}{\sin \omega m T_d}. \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

С учётом соотношений (3.39) алгоритм вычисления векторов симметричных составляющих $\underline{U}_{1A,n}$, $\underline{U}_{2A,n}$, $\underline{U}_{0,n}$ определяется на основе выборок мгновенных значений фазных величин:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{1A,n} &= \frac{1}{3} [\underline{U}_{A,n} + \mathbf{a} \underline{U}_{B,n} + \mathbf{a}^2 \underline{U}_{C,n}] = \frac{1}{3} \left[(\operatorname{ctg} \omega m T_d + j)(u_{A,n} + \right. \\ &\quad \left. + u_{B,n-l} + u_{C,n-2l}) - \frac{u_{A,n-m} + u_{B,n-m-l} + u_{C,n-m-2l}}{\sin \omega m T_d} \right]; \\ \underline{U}_{2A,n} &= \frac{1}{3} [\underline{U}_{A,n} + \mathbf{a}^2 \underline{U}_{B,n} + \mathbf{a} \underline{U}_{C,n}] = \frac{1}{3} \left[(\operatorname{ctg} \omega m T_d + j)(u_{A,n} + \right. \\ &\quad \left. + u_{B,n-2l} + u_{C,n-l}) - \frac{u_{A,n-m} + u_{B,n-m-2l} + u_{C,n-m-l}}{\sin \omega m T_d} \right]; \\ \underline{U}_{0,n} &= \frac{1}{3} [\underline{U}_{A,n} + \underline{U}_{B,n} + \underline{U}_{C,n}] = \frac{1}{3} \left[(\operatorname{ctg} \omega m T_d + j)(u_{A,n} + u_{B,n} + \right. \\ &\quad \left. + u_{C,n}) - \frac{u_{A,n-m} + u_{B,n-m} + u_{C,n-m}}{\sin \omega m T_d} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

В необходимых случаях имеется возможность использования для вычисления симметричных составляющих линейных величин и комбинаций линейных и фазных величин. В частности, алгоритм вычисления довольно часто используемых составляющих обратной последовательности по выборкам линейных величин $u_{AB}(t)$ и $u_{BC}(t)$ строится на соотношении $\underline{U}_{2A} = (\underline{U}_{AB} - \mathbf{a} \underline{U}_{BC})$. На основании этого соотношения, а также соотношений (3.13) и (3.16) вектор обратной последовательности

$$\underline{U}_{2A,n} = \frac{1}{3} \left[(\operatorname{ctg} \omega m T_d + j)(u_{AB,n} - u_{BC,n-l}) - \frac{u_{AB,n-m} - u_{BC,n-m-l}}{\sin \omega m T_d} \right]. \quad (3.41)$$

Соотношения (3.40) и (3.41) позволяют в общем случае при любом числе циклов дискретизации между двумя выборками

каждой из величин, используемыми в процессе цифровой обработки, получить в цифровой форме симметричные составляющие трехфазной системы. Например, когда $N=12$, то при выполнении операций с двумя ближайшими выборками ($m=1$) $\omega m T_d = \pi/6$, $l=4$. В этом случае из системы (3.40) следует, что векторы симметричных составляющих – напряжений прямой, обратной и нулевой последовательности – вычисляются как

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{1A,n} &= \frac{1}{3}[(\sqrt{3}+j)(u_{A,n}+u_{B,n-4}+u_{C,n-8})-2(u_{A,n-1}+u_{B,n-5}+ \\ &\quad +u_{C,n-9})]; \\ \underline{U}_{2A,n} &= \frac{1}{3}[(\sqrt{3}+j)(u_{A,n}+u_{B,n-8}+u_{C,n-4})-2(u_{A,n-1}+u_{B,n-9}+ \\ &\quad +u_{C,n-5})]; \\ \underline{U}_{0,n} &= \frac{1}{3}[(\sqrt{3}+j)(u_{A,n}+u_{B,n}+u_{C,n})-2(u_{A,n-1}+u_{B,n-1}+u_{C,n-1})]. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Соответственно из выражения (3.41) следует

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2A,n} &= \frac{1}{3}[(\sqrt{3}+j)(u_{AB,n}-u_{BC,n-4})-2(u_{AB,n-1}-u_{BC,n-5})]= \\ &= \frac{1}{3}[(\sqrt{3}u_{AB,n}-2u_{AB,n-1}-\sqrt{3}u_{BC,n-4}+2u_{BC,n-5}+j(u_{AB,n}-u_{BC,n-4})= \\ &= U_{2Ax}+jU_{2Ay}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Алгоритм (3.43) определяет вектор напряжения обратной последовательности $\underline{U}_{2A,n} = \underline{U}_{2A}(nT_d)$, вычисляемый на основе выборок мгновенных значений линейных величин. Структура алгоритма вычисления вектора $\underline{U}_{2A,n}$ по соотношению (3.43) приведена на рис. 3.14.

Построение ЦИО с различными характеристиками в плоскостях сопротивлений обратной или нулевой последовательности может быть произведено по известным составляющим векторов $\underline{U}_2$, $\underline{I}_2$ или $\underline{U}_0$, $\underline{I}_0$ на основе соотношений, аналогичных (3.30), (3.34) или (3.37). Возможным вариантом является использование выборок мгновенных значений $u_2(nT_d)$ и $i_2(nT_d)$ или $u_0(nT_d)$ и $i_0(nT_d)$ или сравнение по фазе или амплитуде величин, зависящих от токов и напряжений обратной последовательности аналогично тому, как это показано на рис. 3.3.

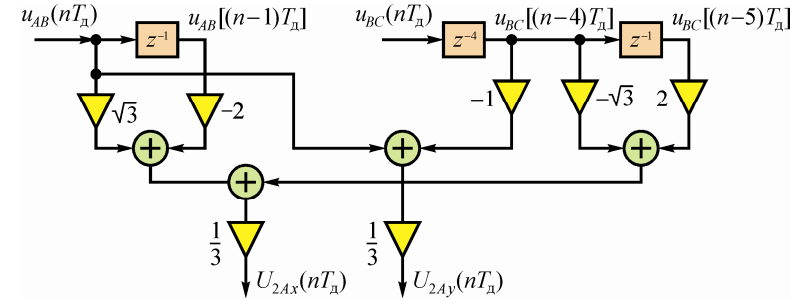


Рис. 3.14. Структура алгоритма вычисления напряжения $\underline{U}_2$ по выборкам линейных напряжений

Пример 3.9 [9]. Построить структуру ЦИО направления мощности обратной последовательности с характеристикой срабатывания, имеющей вид, показанный на рис. 3.15, а, и определяемой условием

$$0 \leq \arg \frac{\underline{E}_1}{\underline{E}_2} \leq \pi.$$

при $\underline{E}_1 = k_1 \underline{I}_{2A}$, $\underline{E}_2 = k_2 \underline{U}_{2A}$, где k_1 , k_2 – масштабные коэффициенты.

1. Условие (3.18) реализуется алгоритмом (3.20), если принять $e_1(nT_d) = k_1 i_{2A}(nT_d)$; $e_2(nT_d) = k_2 u_{2A}(nT_d)$. Мгновенные (но не векторные) составляющие обратной последовательности являются проекциями на мнимую ось векторов $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$.

Из выражения (3.43) имеем мнимые составляющие векторов тока и напряжения обратной последовательности

$$\left. \begin{aligned} u_{2A}(nT_d) &= U_{2Ay}(nT_d) = \frac{1}{3} \{u_{AB}(nT_d) - u_{BC}[(n-4)T_d]\}; \\ i_{2A}(nT_d) &= I_{2Ay}(nT_d) = \frac{1}{3} \{i_{AB}(nT_d) - i_{BC}[(n-4)T_d]\}. \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

2. Если принять $m=1$ (в процессе преобразований используются соседние выборки), то алгоритм (3.20) приводится к виду

$$u_{2A}[(n-1)T_d] \times i_{2A}(nT_d) - i_{2A}[(n-1)T_d] \times u_{2A}(nT_d) \geq 0, \quad (3.45)$$

где $u_{2A}(nT_d)$ и $i_{2A}(nT_d)$ определяются из системы (3.44).

Структура фильтрового ЦИО обратной последовательности, реализующего полученный алгоритм, приведена на рис. 3.15, б.

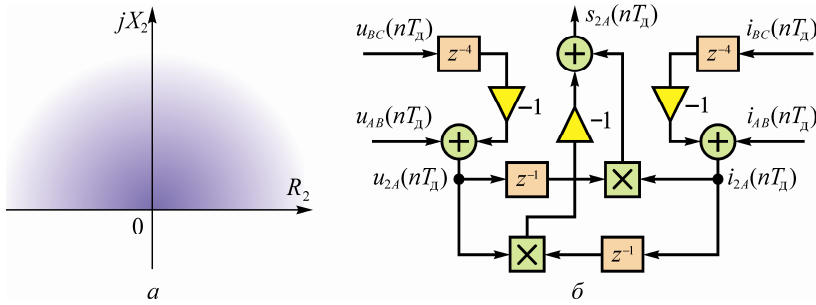


Рис. 3.15. ЦИО направления мощности обратной последовательности: а – характеристика срабатывания; б – структура

3. Если, например, к входу реле подводятся напряжения и токи двухфазного КЗ (рис. 3.16, а):

$$\begin{cases} u_A(t) = \sin(\omega_1 t + 90^\circ); & u_B(t) = 0,642 \sin(\omega_1 t - 51^\circ 12'); \\ u_C(t) = 0,642 \sin(\omega_1 t - 128^\circ 48'); \\ i_{AB}(t) = 1,553 \sin(\omega_1 t + 45^\circ); & i_{BC}(t) = 0,804 \sin(\omega_1 t - 60^\circ), \end{cases}$$

то для $N=12$, приняв $u_{BC}(nT_d) = 0,696$, соответственно векторному отображению входных величин (рис. 3.16, б), имеем цифровые отсчёты напряжений и токов $u_{BC}[(n-4)T_d] = 0$; $i_{BC}[(n-4)T_d] = -0,696$; $u_{AB}(nT_d) = -1,098$; $i_{AB}(nT_d) = 0,402$. Тогда согласно алгоритму (3.44)

$$u_{2A}(nT_d) = \frac{1}{3} \{u_{AB}(nT_d) - u_{BC}[(n-4)T_d]\} = \frac{1}{3} (-1,098 - 0) = -0,366;$$

$$i_{2A}(nT_d) = \frac{1}{3} \{i_{AB}(nT_d) - i_{BC}[(n-4)T_d]\} = \frac{1}{3} [0,402 - (-0,696)] = 0,366.$$

Для того, чтобы проверить условие (3.45), требуется знать отсчёты составляющих обратной последовательности, смещённые на один период дискретизации влево: $u_{2A}[(n-1)T_d]$ и $i_{2A}[(n-1)T_d]$. Для этого необходимо сместить на один цикл отсчёты обоих входных величин: $u_{BC}[(n-5)T_d] = -0,402$; $i_{BC}[(n-5)T_d] = -0,804$; $u_{AB}[(n-1)T_d] = -0,402$; $i_{AB}[(n-1)T_d] = 1,098$. Для таких значений

$$u_{2A}[(n-1)T_d] = \frac{1}{3} \{u_{AB}[(n-1)T_d] - u_{BC}[(n-5)T_d]\} = \frac{1}{3} [-0,402 - (-0,402)] = 0;$$

$$i_{2A}[(n-1)T_d] = \frac{1}{3} \{i_{AB}(nT_d) - i_{BC}[(n-4)T_d]\} = \frac{1}{3} [1,098 - (-0,804)] = 0,634.$$

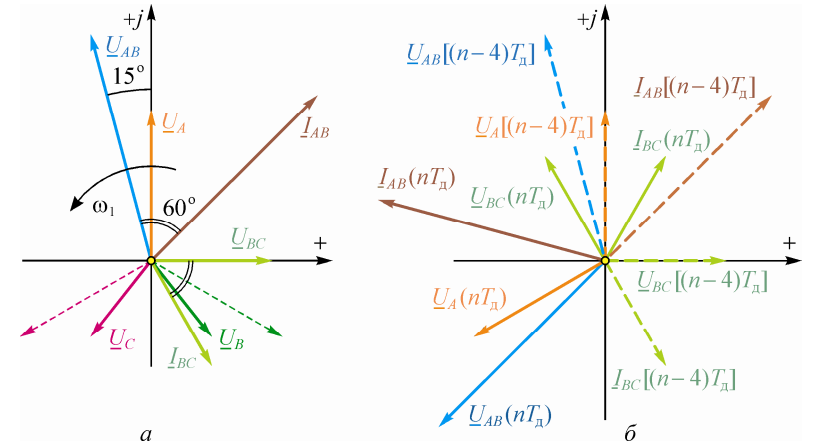


Рис. 3.16. Входные величины ЦИО обратной последовательности: а – векторная диаграмма входных линейных напряжений и токов; б – отображение векторов, обрабатываемых в ЦИО

Следовательно, левая часть алгоритма (3.45)

$$\begin{aligned} u_{2A}[(n-1)T_d] \times i_{2A}(nT_d) - i_{2A}[(n-1)T_d] \times u_{2A}(nT_d) = \\ = -0,634 \cdot (-0,366) \approx 0,23 > 0, \end{aligned}$$

что означает попадание контролируемого параметра в верхнюю полуплоскость (см. рис. 3.15, а).

4. Заметим, что амплитуды напряжения и тока обратной последовательности легко вычисляются посредством преобразованной для $m=1$ формулы (3.12):

$$\begin{aligned} U_{2Am} &= \frac{\sqrt{\{u_{2A}[(n-1)T_d]\}^2 - 2u_{2A}(nT_d)u_{2A}[(n-1)T_d]\cos\omega_1 T_d + [u_{2A}(nT_d)]^2}}{|\sin\omega_1 T_d|} = \\ &= \frac{\sqrt{0^2 - 2 \cdot (-0,366) \cdot 0 \cdot \cos 314 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3} + (-0,366)^2}}{|\sin 314 \cdot 1,667 \cdot 10^{-3}|} = 0,732; \\ I_{2Am} &= \frac{\sqrt{\{i_{2A}[(n-1)T_d]\}^2 - 2i_{2A}(nT_d)i_{2A}[(n-1)T_d]\cos 30^\circ + [i_{2A}(nT_d)]^2}}{|\sin 30^\circ|} = \\ &= \frac{\sqrt{0,634^2 - 2 \cdot 0,634 \cdot 0,366 \cdot 0,866 + 0,366^2}}{0,5} = 0,732. \end{aligned}$$

3.2.7. Алгоритм ЦИО на основе преобразования Фурье

Для выделения коэффициентов a_{m1} и b_{m1} 1-й гармоники $u_1(t) = a_{m1}\cos\omega_1 t + b_{m1}\sin\omega_1 t$ несинусоидального напряжения $u(t)$, представленного в виде ряда

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} (a_{mq} \cos q\omega_1 t + b_{mq} \sin q\omega_1 t),$$

преобразователь Фурье в соответствии должен выполнить к моменту времени t цифровые преобразования по алгоритму

$$a_{m1} = \frac{2}{T_1} \int_{t-T_1}^t u(t) \cos\omega_1 t dt; \quad b_{m1} = \frac{2}{T_1} \int_{t-T_1}^t u(t) \sin\omega_1 t dt.$$

Коэффициенты a_{m1} и b_{m1} представляют собой ортогональные составляющие комплексной амплитуды $\underline{A}_{m1} = a_{m1} - jb_{m1}$, характеризующей синусоидальную составляющую $u_1(t)$ [9]:

$$\underline{U}_1 = j(a_{m1} - jb_{m1}) = \frac{2j}{T_1} \int_{t-T_1}^t u(t) e^{-j\omega_1 t} dt. \quad (3.46)$$

Выражение (3.46) представляет собой так называемый "гладкий" алгоритм Фурье для идеального случая, когда число отсчётов за период изменения частоты 1-й гармоники $N \rightarrow \infty$, сопоставляющий несинусоидальному сигналу $u(t)$ вектор $\underline{U}_1$, характеризующий синусоидальную слагающую $u_1(t)$ частоты ω_1 в напряжении $u(t)$.

Для практической реализации алгоритма Фурье требуется какая-либо аппроксимация функции $u(t)$, связанная с конечным значением $N = T_1/T_d$. В простейшем случае ступенчатой интерполяции значения функции считаются постоянными в интервале дискретизации T_d , поэтому с учетом (3.46) имеем к моменту nT_d

$$\begin{aligned} \underline{U}_1(nT_d) &= \frac{2j}{NT_d} \sum_{\substack{k=n-N+1 \\ n=0 \dots N-1}}^n u(kT_d) e^{-j\omega_1(k+N-n-1)T_d} T_d = \\ &= \frac{2j}{N} \sum_{\substack{k=n-N+1 \\ n=0 \dots N-1}}^n u(kT_d) e^{-j\omega_1(k+N-n-1)T_d}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Пример 3.10. Вычислить вектор $\underline{U}_1(nT_d)$ напряжения $u(t)$, содержащего 1- и 3-ю гармоники: $u(t) = u_1(t) + u_3(t) = \sin\omega_1 t + 0,5\sin 3\omega_1 t$ (рис. 3.17). Напряжение $u(t)$ дискретизируется за период изменения 1-й гармоники шестью отсчётами.

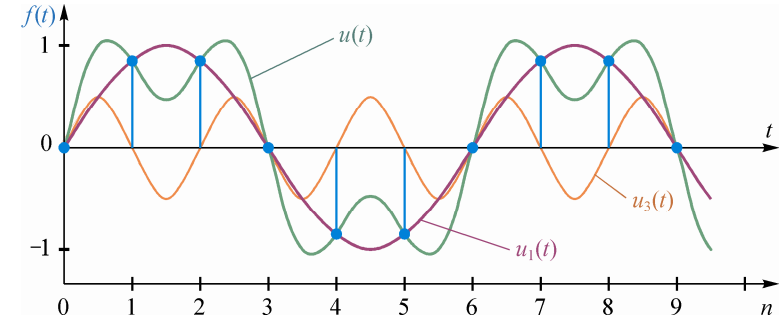


Рис. 3.17. Отсчёты входного сигнала преобразователя Фурье

1. Если первая за период выборка синхронизирована с моментом перехода напряжения $u(t)$ через нуль, то $u(0) = 0$; $u(T_d) = 0,866$; $u(2T_d) = 0,866$; $u(3T_d) = 0$; $u(4T_d) = -0,866$; $u(5T_d) = -0,866$.

Вектор $\underline{U}_1(nT_d)$ вычисляется по имеющимся цифровым отсчётам по формуле суммы (3.47):

$$\begin{aligned} \underline{U}_1(5T_d) &= \frac{2j}{N} \sum_0^5 u(nT_d) e^{-j314nT_d} = \frac{j}{3} (0,866e^{-j\frac{\pi}{3}} + 0,866e^{-j\frac{2\pi}{3}} - \\ &\quad - 0,866e^{-j\frac{4\pi}{3}} - 0,866e^{-j\frac{5\pi}{3}}) = je^{-j\frac{\pi}{2}} = 1. \end{aligned}$$

2. Первый отсчёт входного сигнала может быть не синхронизирован с моментом перехода через нуль напряжения $u(t)$, и тогда число членов ряда Фурье увеличится до шести. Если, например, $u(0) = 1$; $u(T_d) = 0,5$; $u(2T_d) = 1$; $u(3T_d) = -1$; $u(4T_d) = -0,5$; $u(5T_d) = -1$, то вектор 1-й гармоники

$$\underline{U}_1(5T_d) = \frac{j}{3} (1 + 0,5e^{-j\frac{\pi}{3}} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{-j\pi} - 0,5e^{-j\frac{4\pi}{3}} - e^{-j\frac{5\pi}{3}}) = je^{-j\frac{\pi}{3}} = e^{j\frac{\pi}{6}}.$$

Следовательно, в обоих случаях преобразователь Фурье, реализующий алгоритм (3.47), правильно вычисляет параметры вектора 1-й гармоники, "пренебрегая" 3-й.

3.2.8. Импульсная и частотные характеристики ЦИО

Рассмотренные алгоритмы вычисления векторов по выборкам мгновенных значений синусоидальных величин можно рассматривать как уравнения, описывающие цифровые устройства, входными сигналами которых являются действительные цифровые последовательности $u(nT_d)$, а выходными – комплексные цифровые последовательности $\underline{U}(nT_d)$, которые могут характеризоваться и двумя действительными последовательностями $U_x(nT_d)$ и $U_y(nT_d)$ (см. рис. 3.6, б) [9].

В результате измерения должны быть получены параметры вектора – амплитуда U_m и фаза ψ , зависящие от $U_x(nT_d)$ и $U_y(nT_d)$, поэтому исследовать свойства алгоритма можно, учитывая эти последовательности одновременно, т.е. рассматривая цифровую систему с выходным сигналом в виде одной комплексной последовательности $\underline{U}(nT_d)$. Указанное означает, что имеется аналогия между структурами алгоритмов ЦИО и цифровых фильтров, но имеются и существенные различия, заключающиеся в том, что уравнения, описывающие алгоритмы ЦИО, например (3.6), (3.7), (3.8), (3.10), (3.13), содержат не действительные, а комплексные коэффициенты. Структуры алгоритмов ЦИО в отличие от цифровых фильтров содержат блоки умножения выборок на комплексные числа, такие как $\underline{a}_0, \underline{a}_1, \underline{a}_2$ на рис. 3.6, б.

С учётом этого алгоритм цифрового преобразования действительной цифровой последовательности $u(nT_d)$ в векторную цифровую последовательность $\underline{U}(nT_d)$ характеризует *эквивалентную цифровую систему* и имеет нерекурсивную форму

$$\underline{U}(nT_d) = \underline{a}_0 u(nT_d) + \dots + \underline{a}_m u[(n-m)T_d] = \sum_{k=0}^m \underline{a}_k u[(n-k)T_d], \quad (3.48)$$

где $\underline{a}_k$ – комплексные коэффициенты.

Соответственно импульсная характеристика ЦИО, реализующего цифровые преобразования по выражению (3.48):

$$\underline{h}(nT_d) = \underline{a}_0 \delta(nT_d) + \dots + \underline{a}_m \delta[(n-m)T_d] = \sum_{k=0}^m \underline{a}_k \delta[(n-k)T_d], \quad (3.49)$$

что аналогично выражению (3.8) для КИХ-фильтра, но $\underline{h}(nT_d)$ здесь – комплексная функция.

Итак, структуру алгоритма цифрового измерения вектора можно рассматривать как структуру нерекурсивного фильтра с комплексными коэффициентами. Однако задачей цифрового фильтра является подавление или выделение входных составляющих определённых частот. Алгоритм измерения синусоидальной величины подразумевает вычисление вектора, характеризующего измеряемую величину по выборкам её мгновенных значений. Алгоритмы измерения синусоидальной величины используют в первую очередь тот факт, что частота синусоидальной величины ω заранее известна: например, в алгоритмах (3.8), (3.10) она учтена в числе выборок N за период частоты ω , так как $N = 2\pi/\omega T_d$, а в алгоритм (3.13) ω входит непосредственно. Отклонение частоты входного сигнала от номинального значения замер параметров вектора искажает. Зависимость изменения параметров измеряемого вектора от частоты определяют АЧХ и ФЧХ алгоритмов: АЧХ – модуль вектора от "действительной" амплитуды, ФЧХ – фазы вектора от "действительной" фазы. При этом комплексные частотные характеристики алгоритмов определяют их свойства при несинусоидальных входных сигналах в общем случае и в переходных режимах, а также необходимые параметры фильтрации, которые выбираются с учетом спектра входного сигнала и частотных свойств самих алгоритмов.

Наличие комплексных коэффициентов $\underline{a}_k$ в импульсной характеристике $\underline{h}(nT_d)$ по выражению (3.49) принципиально отличает свойства алгоритмов измерения векторов и их частотные характеристики от характеристик КИХ- и БИХ-фильтров. Так, при входном дискретизированном синусоидальном сигнале $x(nT_d)$ по выражению (2.11) выходной сигнал $y(nT_d)$ уже формально не является синусоидальным, характеризуемым вращающимся (скорее, "прыгающим" из одного положения в другое, отстоящее от рассматриваемого момента на время T_d) вектором (см. рис. 3.4, б). Это обусловлено тем, что при комплексных коэффициентах $\underline{a}_0, \underline{a}_1, \dots, \underline{a}_m$ величины $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ в выражении (2.12) не являются комплексно-сопряжёнными, т.е. не выполняются соотношения (2.14).

Алгоритмы измерения векторов должны быть синтезированы так, чтобы, если есть возможность, выполнялось условие по-

лучения в выражении (2.12) при частоте ω_1 ($f_1 = 50$ Гц) вращающегося вектора неизменной амплитуды (см. рис. 3.4) [9]:

$$\underline{H}(-\omega) = 0. \quad (3.50)$$

Определим выходной сигнал $\underline{V}(nT_d)$ цифровой системы, работающей по алгоритму (3.48) с выборками единичного синусоидального сигнала $u(nT_d) = \sin(\omega nT_d + \psi)$ в общем случае при $\omega \neq \omega_1$. Из выражения (2.12) при использовании нерекурсивной обработки m выборок синусоидального сигнала в соответствии с импульсной характеристикой (3.49) следует, что

$$\underline{V}(nT_d) = \frac{\underline{H}(\omega) e^{j(\omega nT_d + \psi)} - \underline{H}(-\omega) e^{-j(\omega nT_d + \psi)}}{2j} = \frac{\underline{V}_1(n, \omega) + \underline{V}_2(n, \omega)}{2}, \quad (3.51)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } \underline{H}(\omega) &= \sum_{k=0}^{\infty} h(kT_d) e^{-j\omega kT_d} = H(\omega) e^{j\beta(\omega)}; \beta(\omega) = \arg \underline{H}(\omega); \\ \underline{H}(-\omega) &= \sum_{k=0}^{\infty} h(kT_d) e^{j\omega kT_d} = H(-\omega) e^{j\beta(-\omega)}; \beta(-\omega) = \arg \underline{H}(-\omega); \\ \underline{V}_1(n, \omega) &= \underline{H}(\omega) e^{j\alpha(n, \omega)}; \\ \underline{V}_2(n, \omega) &= \underline{H}(-\omega) e^{-j\alpha(n, \omega)}; \\ \alpha(n, \omega) &= \omega nT_d + \psi - \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

Анализ полученных соотношений показывает, что при изменении n годограф $\underline{V}(nT_d)$ по выражению (3.51) описывает в комплексной плоскости эллипс (рис. 3.18, а), повернутый относительно осей координат на угол $\Delta\psi = [\beta(\omega) + \beta(-\omega)]/2$. Большая и малая полуоси эллипса [9]

$$A_1(\omega) = \frac{H(\omega) + H(-\omega)}{2}; \quad A_2(\omega) = \frac{H(\omega) - H(-\omega)}{2}. \quad (3.53)$$

Таким образом, комплексность коэффициентов импульсной характеристики ЦИО проявляется появлением двух дополнительных АЧХ – $A_1(\omega)$ и $A_2(\omega)$, которые определяются полусуммой и полуразностью значений двух основных АЧХ – $H(\omega)$ и $H(-\omega)$. У цифровых фильтров такого свойства нет, так как у них $A_1(\omega) = H(\omega)$, а $A_2(\omega) = 0$.

Действительно, для вещественной импульсной характеристики при $\omega = \omega_1$ с учётом соотношений (2.14) имеем $\Delta\psi = 0$; $A_1(\omega_1) = H(\omega_1)$; $A_2(\omega_2) = 0$, вследствие чего эллипс вырождается в отрезок прямой (рис. 3.18, б). Результирующий сигнал является в этом случае действительной дискретизированной синусоидальной функцией, изменяющейся в диапазоне от $A_1(\omega_1)$ до $-A_1(\omega_1)$ в соответствии с выражением (2.15).

В общем случае, когда $\omega \neq \omega_1$, в соответствии с рис. 3.18, а и соотношением (3.51) амплитуда измеряемого вектора не является постоянной во времени. Конец вектора описывает эллипс (см. рис. 3.18, а) и изменяется при входном единичном по амплитуде синусоидальном сигнале в пределах от $A_2(\omega_2)$ до $A_1(\omega_1)$. Следовательно, две АЧХ $A_1(\omega)$ и $A_2(\omega)$ ограничивают изменение модуля вектора сверху и снизу (рис. 3.18, в).

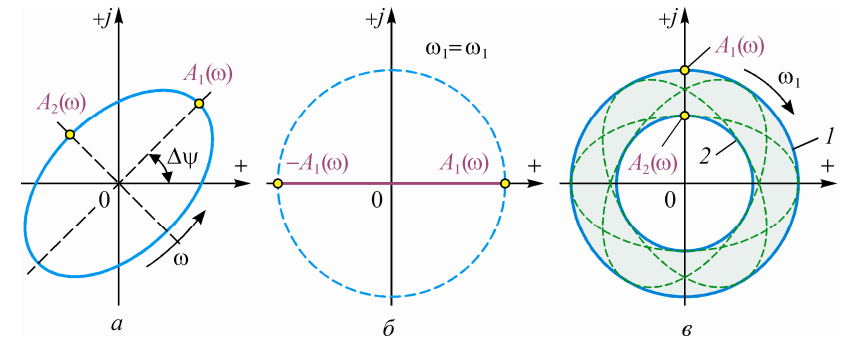


Рис. 3.18. Влияние частоты на точность измерения вектора $\underline{V}(nT_d)$:

- а – годограф движения конца вектора при $\omega \neq \omega_1$;
- б – годограф движения конца вектора при $\omega = \omega_1$;
- в – область возможного положения конца вектора

Как указывается в [9], для анализа точности замера вектора $\underline{V}(nT_d)$ по алгоритму (3.51) на разных частотах целесообразно произвести операцию "останова" вращающегося с частотой ω_1 (см. рис. 3.4) вектора $\underline{U}(nT_d) = U_m e^{j(\omega_1 nT_d + \psi_u)}$ посредством умножения его на оператор $e^{-j\omega_1 nT_d}$. Тогда для дискретизированного синусоидального сигнала частоты ω_1 получим соответствующий ему вектор $\underline{U}(nT_d) = U_m e^{j\psi_u}$, "постоянный" во времени.

Данный приём аналогичен операциям с синусоидальными величинами, применяемыми в символическом методе анализа цепей и сигналов переменного тока. Для цифровой системы по выражению (3.48) данная операция с выходным сигналом $\underline{V}(nT_d)$ даёт результат

$$\underline{E}(nT_d) = \underline{V}(nT_d) e^{-j\omega_1 nT_d}. \quad (3.54)$$

Постоянный во времени выходной сигнал, соответствующий измеряемому вектору при выполнении операции (3.54), получается при движении конца вектора $\underline{V}(nT_d)$ по окружности с частотой $\omega = \omega_1$ (см. рис. 3.4). В более общем случае движения конца вектора $\underline{V}(nT_d)$ по эллипсу при $\omega \neq \omega_1$ реализация соотношения (3.54) соответствует одновременно двум траекториям движения вектора $\underline{V}(nT_d)$ – по эллипсу (см. рис. 3.18, а) с частотой ω и вращению этого эллипса с частотой ω_1 относительно начала координат, что определяется комплексным множителем $e^{-j\omega_1 nT_d}$.

В общем случае частоты ω и ω_1 не кратны, поэтому конец вектора может быть расположен в какие-то моменты времени в любой части области, ограниченной кольцом (см. рис. 3.18, в) с наружным радиусом $A_1(\omega)$ и внутренним радиусом $A_2(\omega)$. Именно указанное обстоятельство характеризует частотные свойства алгоритмов вычисления векторов.

3.3. ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА АЛГОРИТМОВ ЦИО

3.3.1. Частотные характеристики алгоритма двух выборок

Цифровое преобразование, обеспечивающее получение вектора по двум отстоящим друг от друга на m циклов выборкам синусоидальной величины $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$, в соответствии с выражением (3.13) записывается как

$$\underline{U}(nT_d) = \frac{u(nT_d) e^{j\omega m T_d} - u[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d}. \quad (3.55)$$

Исследуем частотные свойства алгоритма двух выборок, имеющего согласно выражениям (3.13) и (3.49) характеристику

$$\underline{h}(nT_d) = \delta(nT_d) (\text{ctg } \omega m T_d + j) - \frac{\delta[(n-m)T_d]}{\sin \omega m T_d}. \quad (3.56)$$

Выражение (3.56) отражает зависимость коэффициентов импульсной характеристики от сохранённого в памяти отсчёта, отстоящего от текущего на m периодов дискретизации. Так, например, при $T_d = 1,667$ мс ($N=12$) и разных m имеем и комплексные, и вещественные коэффициенты (табл. 3.1).

Отличительная особенность характеристики $\underline{h}(nT_d)$ алгоритма двух выборок – возможность получения при значениях $m = N/2$ бесконечных коэффициентов. Появление бесконечных коэффициентов обусловлено наличием в комплексной величине (3.56) тригонометрических функций котангенса и синуса. Практической полезности алгоритма с такими коэффициентами нет, поскольку его реакция на любое воздействие, кроме синусоидального сигнала частоты 50 Гц, непредсказуема.

Для алгоритма (3.55) справедливы комплексные частотные характеристики

$$\underline{H}(\pm\omega) = \frac{e^{j\omega_1 m T_d} - e^{\mp j q \omega_1 m T_d}}{\sin \omega_1 m T_d}. \quad (3.57)$$

Выделяя модуль и аргумент из выражения (3.57) для получения функций, описывающих АЧХ и ФЧХ алгоритма двух выборок, после преобразований получаем

$$H(\pm\omega) = \left| \frac{\sin(1 \pm q) \frac{m\pi}{N}}{\sin \frac{m\pi}{N} \cos \frac{m\pi}{N}} \right|; \quad (3.58)$$

$$\beta(\pm\omega) = \arctg \frac{\sin \frac{m\pi}{N} \cos \frac{m\pi}{N} \pm \sin q \frac{m\pi}{N} \cos q \frac{m\pi}{N}}{\sin^2 q \frac{m\pi}{N} - \sin^2 \frac{m\pi}{N}}. \quad (3.59)$$

В свою очередь, из выражения (3.58) получаются формулы для расчёта АЧХ, определяющих область неопределённости замера параметров вектора:

Таблица 3.1

m	1	2	3	4	5	6
$\underline{a}_0$	$\sqrt{3} + j$	$\frac{1}{\sqrt{3}} + j$	j	$-\frac{1}{\sqrt{3}} + j$	$-\sqrt{3} + j$	$-\infty$
$\underline{a}_m$	-2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	-1	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	$-\infty$

$$\left. \begin{aligned} A_1(q) &= \left| \frac{\sin(1+q)\frac{m\pi}{N} + \sin(1-q)\frac{m\pi}{N}}{\sin\frac{2m\pi}{N}} \right|; \\ A_2(q) &= \left| \frac{\sin(1+q)\frac{m\pi}{N} - \sin(1-q)\frac{m\pi}{N}}{\sin\frac{2m\pi}{N}} \right|. \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

Как следует из выражений (3.58), (3.59) и (3.60), свойства алгоритма (3.55) зависят не только от частоты ω и периода T_d , но и от значения m (интервал между выборками), которые используются в процессе вычисления параметров вектора $\underline{U}(nT_d)$.

В частности, когда $m=1$, комплексные частотные характеристики (3.57) при $N=6$ и $N=12$ ($T_d=3,333$ мс и $T_d=1,667$ мс соответственно) принимают вид

$$\underline{H}(\pm\omega) = \frac{2(e^{j60^\circ} - e^{\mp jq60^\circ})}{\sqrt{3}}; \quad \underline{H}(\pm\omega) = 2(e^{j30^\circ} - e^{\mp jq30^\circ}).$$

Векторная интерпретация этих частотных характеристик для двух значений N представлена на рис. 3.19.

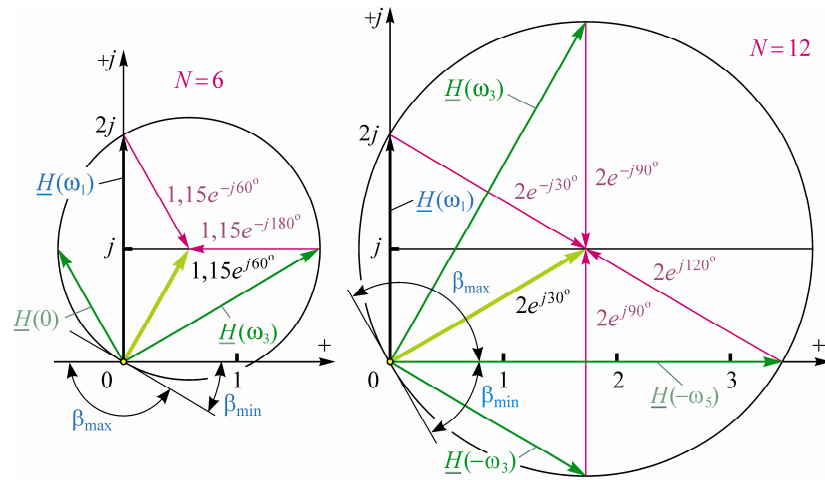


Рис. 3.19. Комплексные частотные характеристики алгоритма двух выборок при $m=1$

Годографы векторов $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ располагаются на окружности с центром в точке, определяемой положением конца вектора $1,15e^{j60^\circ}$ в первом случае и $2e^{j30^\circ}$ – во втором. Радиус окружности всегда равен $1/\sin 314T_d$, окружность проходит через начало координат и точку $2j$ на мнимой оси. Тем не менее, с ростом N площадь, охватываемая окружностью, увеличивается, но затрагивает только 3-й квадрант.

Модуль и аргумент комплексных величин $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ в рассматриваемом случае ($m=1$, $N=6$ и $N=12$) согласно выражениям (3.58) и (3.59) вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} H(\pm\omega) &= \left| \frac{4\sin(1\pm q)\frac{\pi}{6}}{\sqrt{3}} \right|; \quad \beta(\pm\omega) = \arctg \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \pm \sin q \frac{\pi}{3}}{\frac{1}{2} - \cos q \frac{\pi}{3}}; \\ H(\pm\omega) &= \left| 4\sin(1\pm q)\frac{\pi}{12} \right|; \quad \beta(\pm\omega) = \arctg \frac{\frac{1}{2} \pm \sin q \frac{\pi}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos q \frac{\pi}{6}}. \end{aligned}$$

Две пары АЧХ $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ определяют зависимость модуля векторов $\underline{U}(nT_d)$, вычисляемого посредством алгоритма (3.55), от частоты входного сигнала и числа отсчётов N (рис. 3.20).

Как следует из приведенных графиков, характер изменения модулей $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ таков, что с увеличением N происходит рост максимального значения $H(\omega)$ и $H(-\omega)$, причём максимумы наблюдаются при разных q . Указанный факт является причиной неточности замера, которая должна быть максимальной на частотах, кратных $q=N/2$, когда $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ одинаковы (на таких частотах $A_2(\omega)=0$), но на частоте ω_1 и частотах, кратных $q=N-1$, когда $H(-\omega)=0$, измерение параметров входного сигнала принципиально должно осуществляться без погрешности.

Две пары ФЧХ – $\beta(\omega)$ и $\beta(-\omega)$ – иллюстрируют линейное изменение аргумента величин $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ на разных частотах. Увеличение N не расширяет диапазон изменения угла, он остаётся равным 180° , изменяются экстремумы функций $\beta(\omega)$ и $\beta(-\omega)$: если $N=6$, $\beta(\omega_5) = \beta(\omega)_{\min} = -30^\circ$ со скачком фазы до $\beta(\omega)_{\max} = 150^\circ$; если $N=12$, то $\beta(\omega_{11}) = \beta(\omega)_{\min} = -60^\circ$ со скачком до $\beta(\omega)_{\max} = 120^\circ$.

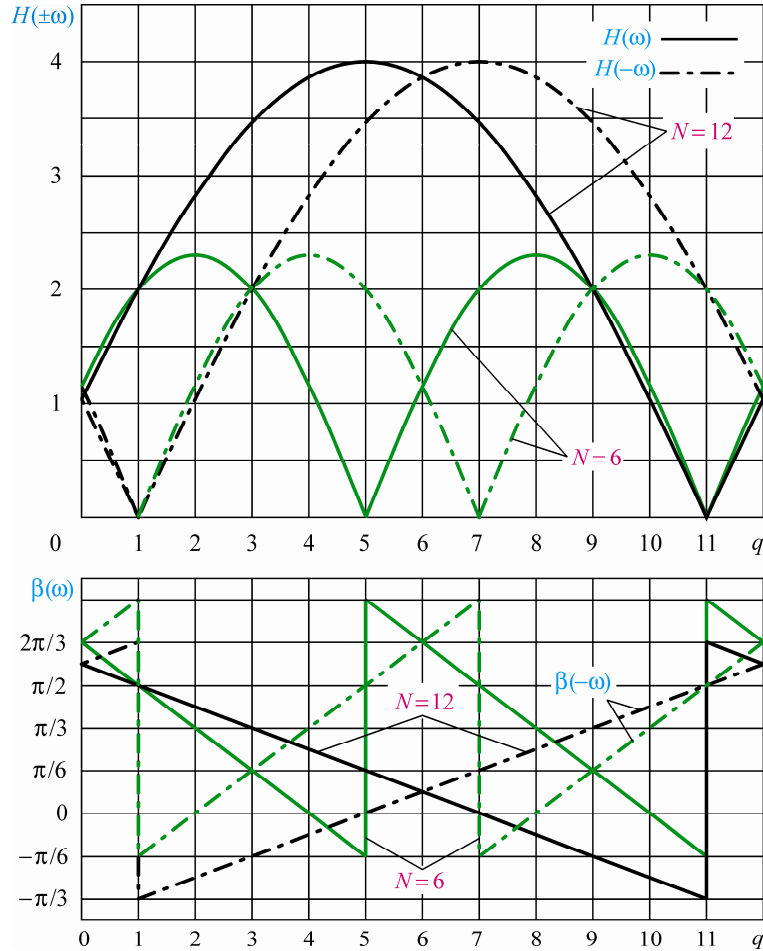


Рис. 3.20. АЧХ и ФЧХ алгоритма двух выборок при $m=1$

Отметим, что начальная фаза $\beta(0) = \beta(\omega_6) = 120^\circ$ при $N=6$ и $\beta(0) = \beta(\omega_{12}) = 105^\circ$ при $N=12$, а скачкообразное изменение фазы объясняется размещением центра годографа комплексной частотной характеристики в точке $(\operatorname{tg} \omega_1 m T_d, +j)$, в результате чего начало координат располагается на границе области, охваченной окружностью.

После подстановки $m=1$ в выражения (3.60) для $N=6$ и $N=12$ соответственно получаем

$$\begin{cases} A_1(q) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{6} + \sin(1-q)\frac{\pi}{6} \right|; \\ A_2(q) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{6} - \sin(1-q)\frac{\pi}{6} \right|, \\ A_1(q) = \frac{1}{2} \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{12} + \sin(1-q)\frac{\pi}{12} \right|; \\ A_2(q) = \frac{1}{2} \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{12} - \sin(1-q)\frac{\pi}{12} \right|. \end{cases}$$

Из этих формул для $\omega = \omega_1$ следует $A_1(q) = A_2(q) = 1$, что соответствует отсутствию ошибки измерения данным алгоритмом слагающей входного сигнала частоты 50 Гц, т.е. все АЧХ при $m=1$ независимо от значения N , проходят через точку с координатами $A_1=1, A_2=1, q=1$ (рис. 3.21).

Дифференцирующие свойства, как видно из рис. 3.20, сводятся к усилению сигналов высоких частот и нарастают с увели-

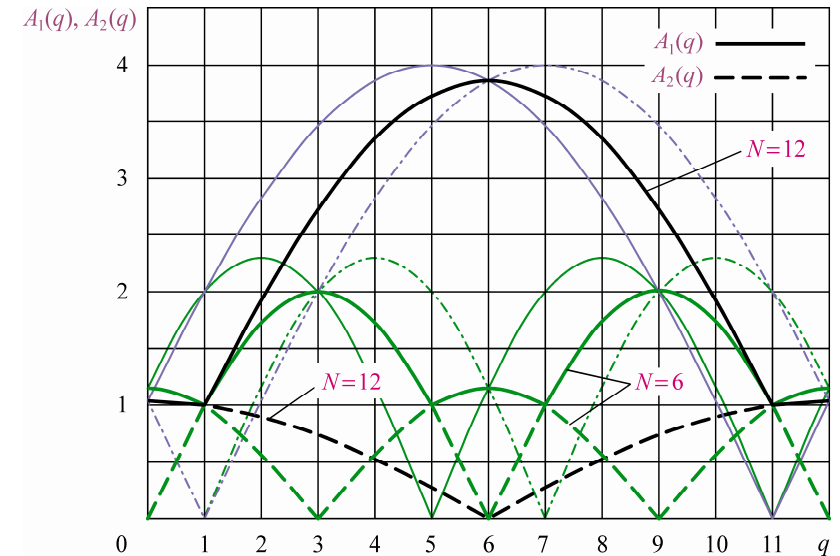


Рис. 3.21. Частотные характеристики $A_1=f(q)$ и $A_2=f(q)$ алгоритма двух выборок при $m=1$

чением N . Сильное дифференцирование алгоритмом объясняется близким расположением двух выборок, обрабатываемых в процессе цифровых преобразований.

В связи этим следует посмотреть на алгоритм двух выборок с точки зрения влияния на его точность и дифференцирующие свойства не только количества выборок за период, но и временного положения предыдущей выборки, т.е. значения m .

В часто используемом случае $m = N/4^*$ аналитическое выражение, описывающее комплексные частотные характеристики алгоритма двух выборок при $N=12$, согласно экспоненциальной функции (3.57) имеет вид

$$\underline{H}(\pm\omega) = e^{j90^\circ} - e^{\mp jq90^\circ},$$

а её векторная интерпретация представлена на рис. 3.22.

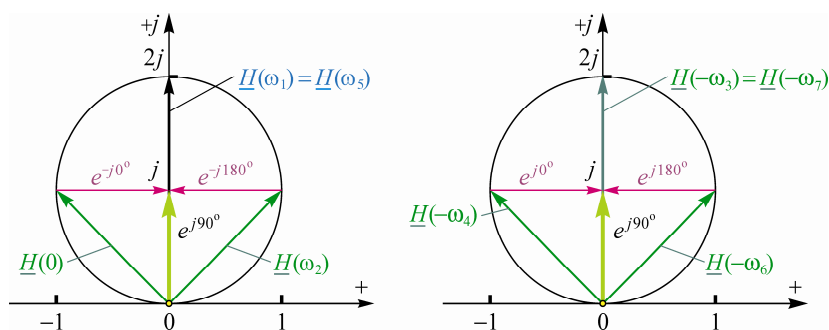


Рис. 3.22. Комплексные частотные характеристики алгоритма двух выборок при $m = 3$

Годографы векторов $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ имеют вид окружностей, симметричных относительно оси ординат с центром в точке $(0, j)$, определяемой вектором e^{j90° . Окружности проходят через начало координат и точку $2j$ на мнимой оси. При 4-кратном изменении частоты входного сигнала указанные вектора совершают полный оборот, начинающийся из исходного положения $\underline{H}(0) = e^{j135^\circ}$.

*Исследования [19] показывают, что случай, когда выбирается $m = N/4$ является наиболее благоприятным в отношении фильтрующих свойств алгоритма двух выборок.

Модуль и аргумент комплексных величин $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$

$$H(\pm\omega) = \left| 2\sin(1 \pm q) \frac{\pi}{4} \right|; \quad \beta(\pm\omega) = \arctg \frac{1 \pm \sin q \frac{\pi}{2}}{-\cos q \frac{\pi}{2}}$$

имеют вид функций, представленных на рис. 3.23.

Как видно из графиков рис. 3.23, характер изменения модулей $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ векторов $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$ при $N=12$ и $m=3$ по сравнению со случаем, когда $m=1$ (см. рис. 3.20), существенно изменяется: меньше становятся максимумы функций $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ на частотах $\omega_1, 3\omega_1, 5\omega_1, 0$ (вместо $H(\omega)_{\max} = H(-\omega)_{\max} = 4$, когда $m=1$, $H(\omega)_{\max} = H(-\omega)_{\max} = 2$, когда $m=3$). Следовательно, неопределённость замера должна быть максимальной на чётных гармониках и будет отсутствовать на всех нечётных гармониках.

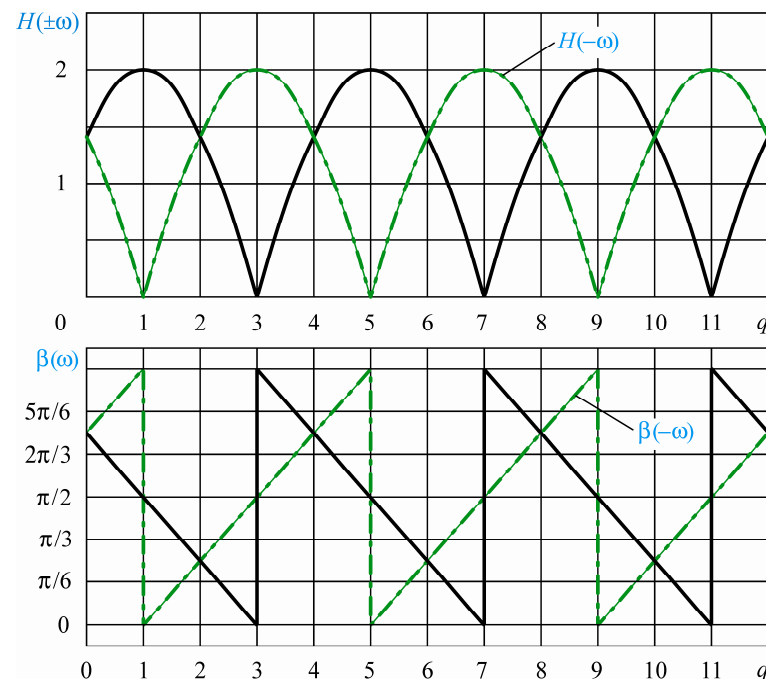


Рис. 3.23. АЧХ и ФЧХ алгоритма двух выборок при $m = 3$

Увеличение значения m с 1 до 3 изменяет максимальные и минимальные значения $\beta(\omega)$: $\beta(\omega_3) = \beta(\omega)_{\min} = 0$ и на частоте ω_3 скачок фазы до $\beta(\omega)_{\max} = 180^\circ$, и далее – с периодичностью $N/3$.

Радиусы области измерений параметров входных величин, вычисленные по формулам (3.60)

$$A_1(q) = \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{4} + \sin(1-q)\frac{\pi}{4} \right|; \quad A_2(q) = \left| \sin(1+q)\frac{\pi}{4} - \sin(1-q)\frac{\pi}{4} \right|.$$

Графики этих функций представлены на рис. 3.24. Анализ функций $A_1(q)$ и $A_2(q)$ показывает, что обе АЧХ проходят через точку с координатами $A_1=1, A_2=1, q=1$, следовательно, точность замера параметров вектора на основной частоте и здесь осуществляется без погрешности.

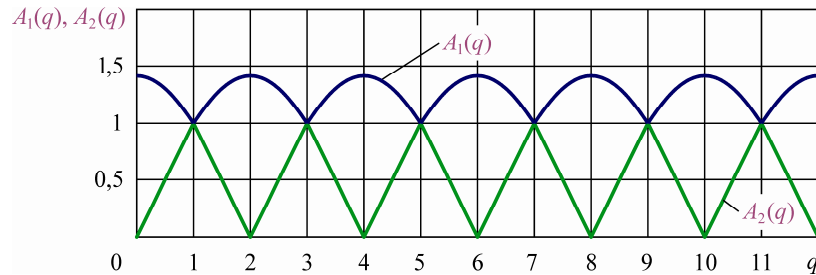


Рис. 3.24. Частотные характеристики $A_1=f(q)$ и $A_2=f(q)$ алгоритма двух выборок при $m=3$

Дифференцирующие свойства алгоритма двух выборок при $m=3$, обуславливающие усиление сигналов высоких частот, одинаковы для всех чётных гармоник, но абсолютное значение усиления по сравнению с уровнем цифровых последовательностей, соответствующих нечётным гармоникам, составляет 41,4 %, в то время как при $m=1$ усиление 3-й гармоники по сравнению с 1-й составляет 273 %, а 5-й – 373,2 %. Следовательно, в рассматриваемом случае нет неточностей замера, причинами которого является факт усиления 3-й и 5-й гармоник и различие значений $A_1(q)$ и $A_2(q)$, несмотря на то, что влияние самой гармоники, безусловно, сохраняется, если она присутствует во входном сигнале. То же относится и ко всем нечётным гармоникам.

Пример 3.11. В ЦИО реле напряжения нулевой последовательности используется алгоритм (3.55):

$$\underline{U}(nT_d) = \frac{u(nT_d)e^{j3\omega_1 T_d} - u[(n-3)T_d]}{\sin 3\omega_1 T_d}.$$

Каждое из трёх фазных напряжений, подводимых к входу микропроцессорного реле напряжения, содержит две слагающие: $u(t) = U_{m1}[\sin(\omega t + \psi_1) + 0,5\sin(3\omega t + \psi_3)]$, причём слагающие промышленной частоты сдвинуты относительно друг друга на $2\pi/3$.

Фазовый сдвиг 3-й гармоники относительно 1-й может быть произвольным. Период дискретизации входного напряжения $T_d = 1,667$ мс ($N=12$).

С какой точностью будет вычисляться вектор $\underline{U}_1(nT_d)$ в процессе цифровых преобразований, осуществляемых в ЦИО?

1. Считаем, что амплитуда фазного напряжения в относительных единицах $U_{m1*} = 1$.

Вначале для напряжения фазы A принимаем $\psi_1 = \psi_3 = 0$ (аналогично тому, как это показано на рис. 3.17), тогда при совпадении начала периода дискретизации с моментом перехода через нуль напряжения $u(t)$ на вход блока измерений ЦИО последовательно поступают 12 цифровых отсчётов: $u_*(-3T_d) = -0,5$; $u_*(-2T_d) = -0,866$; $u_*(-T_d) = -1$; $u_*(0) = 0$; $u_*(T_d) = 1$; $u_*(2T_d) = 0,866$; $u_*(3T_d) = 0,5$; $u_*(4T_d) = 0,866$; $u_*(5T_d) = 1$; $u_*(6T_d) = 0$; $u_*(7T_d) = -1$; $u_*(8T_d) = -0,866$; $u_*(9T_d) = -0,5$; $u_*(10T_d) = -0,866$; $u_*(11T_d) = -1$.

Для заданного закона изменения входного напряжения

$$\underline{U}_{1*}(0) = 0 \cdot j - (-0,5) = 0,5; \quad \underline{U}_{1*}(T_d) = 1 \cdot j - (-0,866) = 1,323e^{j49^\circ 6'};$$

$$\underline{U}_{1*}(2T_d) = 0,866 \cdot j - (-1) = 1,323e^{j40^\circ 54'}; \quad \underline{U}_{1*}(3T_d) = 0,5 \cdot j - 0 = 0,5e^{j90^\circ};$$

$$\underline{U}_{1*}(4T_d) = 0,866 \cdot j - 1 = 1,323e^{j139^\circ 6'}; \quad \underline{U}_{1*}(5T_d) = 1 \cdot j - 0,866 = 1,323e^{j130^\circ 54'};$$

$$\underline{U}_{1*}(6T_d) = 0 \cdot j - 0,866 = -0,866; \quad \underline{U}_{1*}(7T_d) = (-1) \cdot j - 0,866 = 1,323e^{-j130^\circ 54'};$$

$$\underline{U}_{1*}(8T_d) = (-0,866) \cdot j - 1 = 1,323e^{-j139^\circ 6'}; \quad \underline{U}_{1*}(9T_d) = (-0,5) \cdot j - 0 = 0,5e^{-j90^\circ};$$

$$\underline{U}_{1*}(10T_d) = (-0,866) \cdot j - (-1) = 1,323e^{-j40^\circ 54'};$$

$$\underline{U}_{1*}(11T_d) = (-1) \cdot j - (-0,866) = 1,323e^{-j49^\circ 6'}.$$

В данном случае погрешность по модулю на 3-, 6-, 9- и 12-м отсчётах достигает $\pm 50\%$, в то время как по фазе погрешности нет (рис. 3.25). На 1-, 4-, 8- и 11-м отсчётах погрешность по модулю примерно $32,3\%$, по фазе – положительна ($19^\circ 6'$); на 2-, 5-, 7- и 10-м отсчётах погрешность по модулю такая же, по фазе – отрицательна ($-19^\circ 6'$).

2. Для оценки погрешности вычисления вектора $\underline{U}_{1*}(nT_d)$ при разных фазовых сдвигах слагающей утроенной частоты найдём модуль $\underline{U}_{1*}(nT_d)$ и фазу $\beta_1(nT_d)$, когда $\psi_1 = \text{const}$. Результаты вычисления модуля и аргумента величины $\underline{U}_{1*}(0)$ приведены в табл. 3.2 и на рис. 3.26, а для других отсчётов – на рис. 3.27.

Таблица 3.2

ψ_3	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°
$U_{1*}(0)$	0,62	0,866	1,118	1,323	1,455	1,5	1,455	1,323	1,118	0,866	0,62
$\beta_1(0)$	$23^\circ 48'$	30°	$26^\circ 36'$	$19^\circ 6'$	$9^\circ 54'$	0	$-9^\circ 54'$	$-19^\circ 6'$	$-26^\circ 36'$	-30°	$-23^\circ 48'$

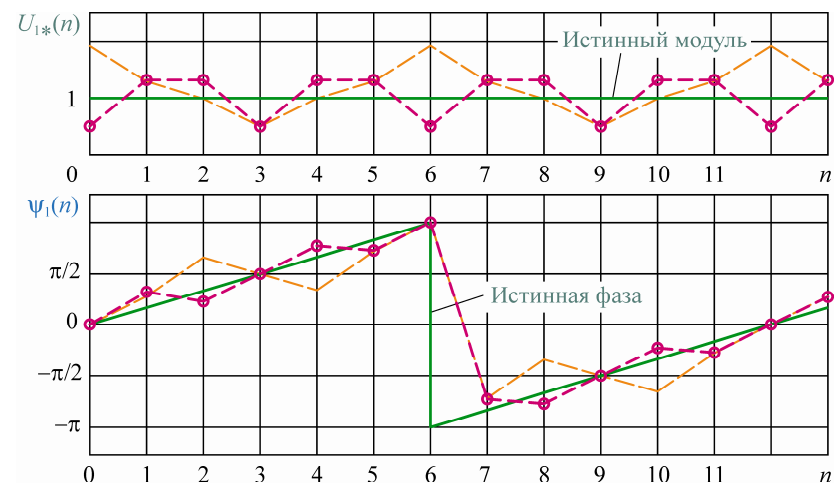


Рис. 3.25. Модуль и фаза напряжения $u_1(t)$, вычисленные по алгоритму (3.55)

Отображение результатов вычисления вектора $\underline{U}_{1*}(0)$ в комплексной плоскости (см. рис. 3.26) иллюстрирует перемещение конца измеряемого вектора 1-й гармоники по окружности в процессе изменения фазы 3-й гармоники ($\psi_3 = 0, 30^\circ, \dots$). Площадь,

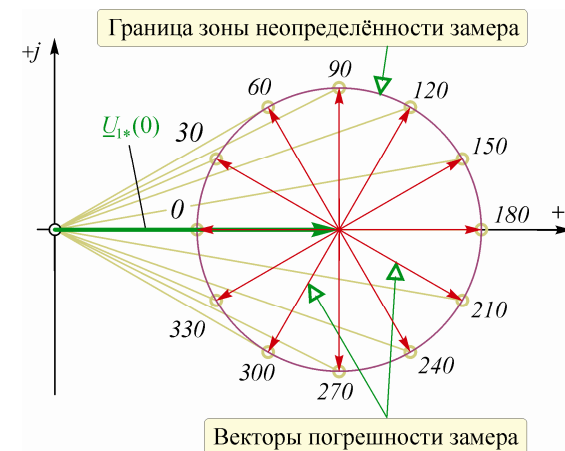


Рис. 3.26. Погрешность вычисления вектора $\underline{U}_{1*}(0)$ по алгоритму (3.55) при $\psi_1 = 0$ в условиях влияния 3-й гармоники

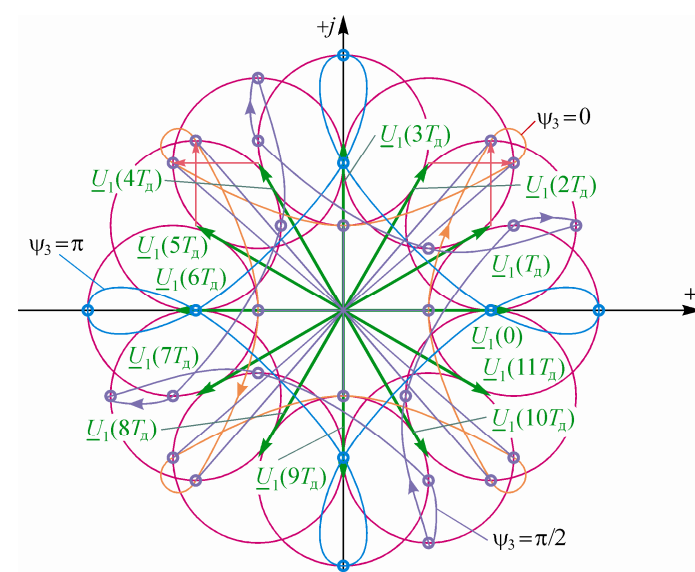


Рис. 3.27. Область неопределённости замера по алгоритму (3.55) за один период изменения 1-й гармоники напряжения

ограниченная окружностью, равна $0,25\pi U_{m1*}^2$, её центр задаётся концом вектора $U_{1*}(0)$, т.е. в точке с координатами $(U_{m1*}, 0)$. Видно, что влияние 3-й гармоники здесь довольно значительное.

3. Влияние 3-й гармоники на результаты вычислений параметров вектора $U_{1*}(nT_d)$ на других отсчётах определяется в начале траектории движения вектора при изменении фазы ψ_3 (на рис. 3.27 начало траектории отмечено точкой, движение вектора по часовой стрелке). В целом семейство окружностей задаёт общую зону неопределённости замера параметров вектора $U_{1*}(nT_d)$.

3.3.3. Частотные характеристики алгоритма Фурье

Напомним, что при ступенчатой интерполяции сигнала $u(t)$, когда значения $u(t)$ в интервале дискретизации T_d считаются постоянными, алгоритм Фурье описывается выражением (3.47). Когда нулевая выборка $u(nT_d) = u(0)$ совпадает с моментом перехода через нуль напряжения $u(t)$, выражение (3.47) записывается как

$$U_1[(N-1)T_d] = \frac{2j}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(nT_d) e^{-j\omega_1 nT_d}. \quad (3.61)$$

Для оценки частотных свойств алгоритма Фурье определим согласно выражению общего вида (3.49) импульсную характеристику цифровой системы – преобразователя Фурье, выполняющего операцию (3.66):

$$\begin{aligned} h(nT_d) = \frac{2j}{N} \left\{ \delta(nT_d) e^{-j\omega_1(N-1)T_d} + \delta[(n-1)T_d] e^{-j\omega_1(N-2)T_d} + \dots + \right. \\ \left. + \delta[(n-N+2)T_d] e^{-j\omega_1 T_d} + \delta[(n-N+1)T_d] \right\}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Выражение (3.62) отражает зависимость равномодульных коэффициентов импульсной характеристики от сохранённых в памяти $N-1$ отсчётов, отстоящих от текущего на 1, 2, ..., $N-1$ периодов дискретизации.

Импульсной характеристике (3.62) соответствуют полученные на основе соотношений (3.52) комплексные частотные характеристики

$$\underline{H}(\pm\omega) = \frac{2j}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j\omega_1 T_d [(N-1)-k(1\mp q)]}. \quad (3.63)$$

Полагая ряд (3.63) частичной суммой $N-1$ членов геометрической прогрессии, получаем

$$\underline{H}(\pm\omega) = \frac{2j}{N} e^{-j\omega_1 T_d (N-1)} \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\omega_1 T_d k (1\mp q)} = \frac{2j}{N} e^{j\frac{2\pi}{N}} \frac{1 - e^{\mp j\frac{2\pi}{N}}}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}(1\mp q)}}. \quad (3.64)$$

Выделяя из частичной суммы (3.64) модуль и аргумент, получаем формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ алгоритма Фурье:

$$H(\pm\omega) = \frac{2}{N} \left| \frac{\sin\pi q}{\sin\frac{\pi}{N}(1\mp q)} \right|; \quad (3.65)$$

$$\beta(\pm\omega) = \pi + \frac{2\pi}{N} - \frac{\pi}{N}(1\mp q) \pm \left(\frac{\pi}{2} - \pi q \right). \quad (3.66)$$

Радиусы $A_1(q)$ и $A_2(q)$ (см. рис. 3.18, в), ограничивающие кольцо замера при частоте входного сигнала $\omega = q\omega_1$, определяются из выражения (3.65) с учётом соотношений (3.53):

$$\left. \begin{aligned} A_1(q) &= \frac{|\sin\pi q|}{N} \left| \frac{1}{\sin\frac{\pi}{N}(1-q)} + \frac{1}{\sin\frac{\pi}{N}(1+q)} \right|; \\ A_2(q) &= \frac{|\sin\pi q|}{N} \left| \frac{1}{\sin\frac{\pi}{N}(1-q)} - \frac{1}{\sin\frac{\pi}{N}(1+q)} \right|. \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

В частном случае, когда $N=12$ ($T_d=1,667$ мс), модули комплексных частотных характеристик $\underline{H}(\omega)$ и $\underline{H}(-\omega)$

$$H(\pm\omega) = \frac{1}{6} \left| \frac{\sin\pi q}{\sin\frac{\pi}{12}(1\mp q)} \right|$$

в диапазоне частот от 0 до $2\omega_1$ имеют три максимума – $H(\omega_1)=2$, $H(-\omega)|_{q=0,4} \approx 0,442$, $H(-\omega)|_{q=1,5} \approx 0,274$, и один нуль – $H(-\omega)=0$ (рис. 3.28). В остальной части первого цикла изменения частоты функции $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ принимают нулевое значение, когда q кратно целому числу, кроме $H(-\omega_{11})=2$, т.е. алгоритм Фурье полностью подавляет 2-, 3-, ..., 10-ю гармонику, кроме 11-й. Но 11-я гармоника легко "убирается" аналоговым фильтром даже невысокого порядка. К тому же аналоговый фильтр, настроенный

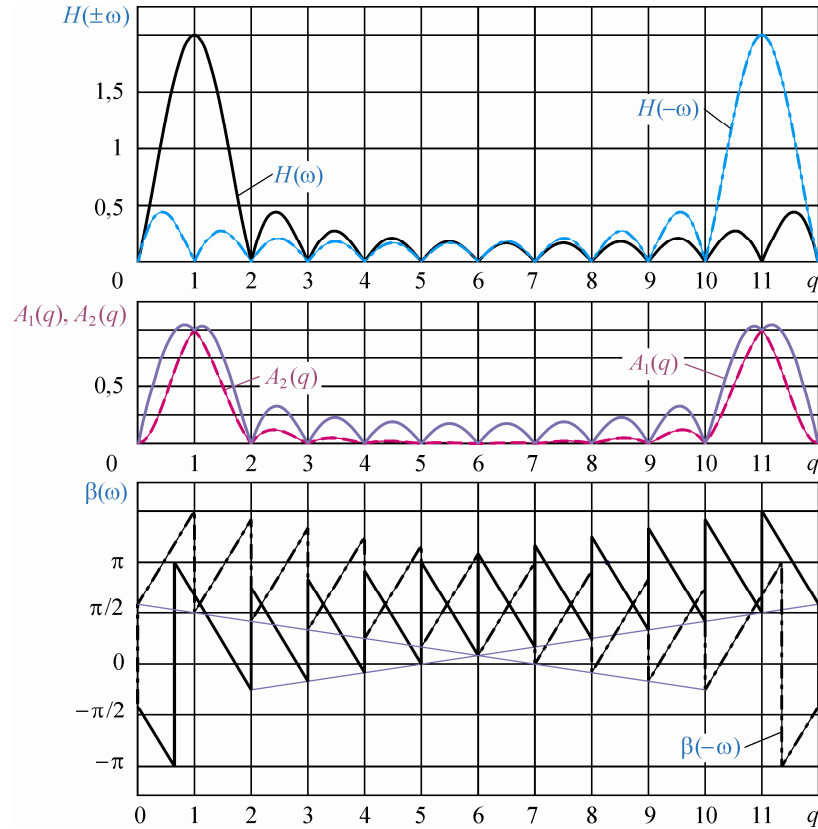


Рис. 3.28. Частотные характеристики алгоритма Фурье при $N=12$

на подавление 11-й и более высоких гармоник, практически не влияет на 1-ю.

В диапазоне частот от $2\omega_1$ до $4\omega_1$ погрешность замера, определяемая частотными характеристиками

$$A_1(q) = \frac{\sin \pi q}{12} \left| \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}(1-q)} + \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}(1+q)} \right|;$$

$$A_2(q) = \frac{\sin \pi q}{12} \left| \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}(1-q)} - \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}(1+q)} \right|,$$

(см. рис. 3.28) $A_1(\omega_{2,45}) = A_1(\omega_{9,55}) \approx 0,33$; $A_2(\omega_{2,45}) = A_2(\omega_{9,55}) \approx 0,12$, но влияние некротных гармоник достаточно сильное.

Если $\omega = \omega_1$ ($q=1$), то независимо от значения N из системы (3.67) имеем $A_1(q) = A_2(q) = 1$, следовательно, на основе алгоритма ритма Фурье измерение вектора основной частоты производится без погрешностей независимо от числа выборок. На частотах ω_{N-1} и ω_{N+1} неопределённости замера также нет, но это обстоятельство играет уже отрицательную роль, так как увеличивает погрешность вычисления вектора $\underline{U}_1(nT_d)$.

Линейная ФЧХ алгоритма, вычисляемая по формуле

$$\beta(\pm\omega) = \pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{12}(1 \mp q) \pm \left(\frac{\pi}{2} - \pi q \right),$$

имеет явно просматриваемую в виде, приведенном на рис. 3.28, закономерность изменения в диапазоне частот от 0 до ω_N .

В целом можно констатировать хорошие фильтрующие свойства алгоритма Фурье для случая, когда $N=12$. Это связано с достаточно большим числом выборок, участвующих в процессе цифровых преобразований, и высоким порядком самого алгоритма.

Функции $A_1(q)$ и $A_2(q)$ симметричны относительно N -й гармоники. Этот факт обусловлен АЧХ $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ преобразователя Фурье. В частотных интервалах $(0; \omega_2)$ и $(\omega_{N-2}; \omega_N)$ значения $H(\omega)$ и $H(-\omega)$ наиболее сильно различаются (см. 3.28), причём $H(-\omega) = 0$, если $q=1$, в то время как значение $H(\omega)$ на частоте ω_1 максимально. Такая особенность, которой нет на интервале $(\omega_2; \omega_{N-2})$, определяет наличие двойного максимума у зависимости $A_1(q)$ в двух указанных интервалах значений q .

Фильтрующие свойства алгоритма Фурье существенно хуже, если количество выборок минимально: например, при $N=4$ подавляются только чётные гармоники, а все нечётные гармоники остаются неизменными (рис. 3.29). Увеличение количества выборок до $N=6$ обеспечивает полное подавление 3-й гармоники, но остаются неизменными 5-я и 7-я, что весьма болезненно для микропроцессорных реле симметричных составляющих. В связи с этим обоснованным с точки зрения частотных характеристик количеством выборок, которое используется при цифровом преобразовании по алгоритму Фурье, считается $N \geq 12$.

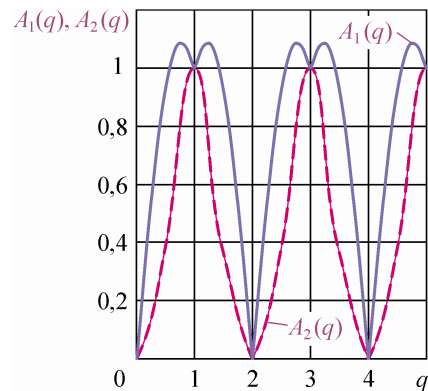


Рис. 3.29. Частотные характеристики $A_1(q)$ и $A_2(q)$ при $N=4$

В общем случае для алгоритмов с импульсной характеристикой (3.49) для точного измерения вектора, соответствующего синусоидальному сигналу частоты ω_1 , необходимо выполнение условия $A_1(\omega_1) = A_2(\omega_1)$. Из соотношения (3.53) следует, что указанное условие выполняется, как в данном случае, при $H(-\omega_1) = 0$.

Пример 3.12. На вход реле тока, в ЦИО которого

используется алгоритм Фурье, подводится синусоидальный ток частоты 50 Гц, искажённый наличием гармоник кратностью $q=2,5$: $i = I_{m1} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + 0,5 I_{m1} \sin(2,5 \omega_1 t + \psi_{2,5})$.

Фазовый сдвиг высокочастотной слагающей относительно низкочастотной может быть произвольным.

Частота дискретизации входного тока – $T_d = 1,667$ мс ($N=12$).

С какой точностью будет вычисляться вектор $I_1(nT_d)$ в процессе цифровых преобразований, осуществляемых в ЦИО?

1. Пусть амплитуда входного тока в относительных единицах $I_{m1*} = 1$, а фазы $\psi_1 = \psi_{2,5} = 0$ (рис. 3.30).

Если начало периода дискретизации совпадает с моментом перехода через нуль 1-й гармоники тока на вход блока измерений ЦИО за два периода промышленной частоты поступают 24 цифровых отсчёта (табл. 3.3), которые затем повторяются.

Таблица 3.3

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$i_*(nT_d)$	0	0,983	1,116	0,646	0,433	0,629	0,5	-0,371	-1,299	-1,354
n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$i_*(nT_d)$	-0,616	-0,017	0	0,017	0,616	1,354	1,299	0,371	-0,5	-0,629
n	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$i_*(nT_d)$	-0,433	-0,646	-1,116	-0,983	0	0,983	1,116	0,646	0,433	0,629

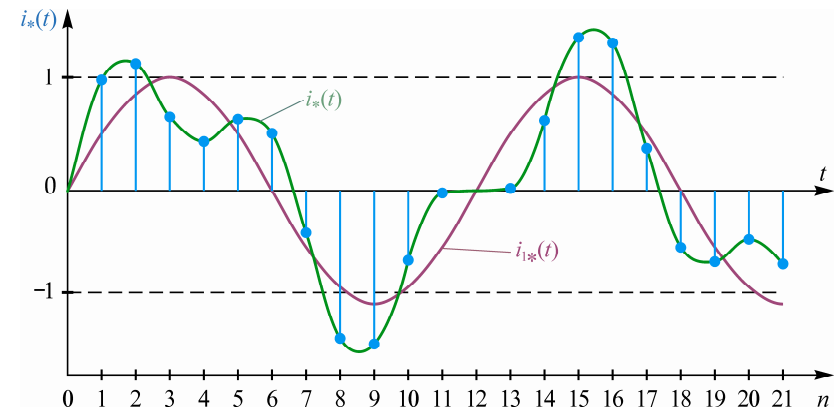


Рис. 3.30. Дискретизированный входной сигнал ЦИО реле тока

По формуле (3.61) вычисления суммы 12-отсчётного алгоритма Фурье для двух периодов изменения тока $i(t)$ получаем

$$\begin{aligned}
 I_{1*}(11T_d) &= \frac{j}{6} \sum_{n=0}^{11} u(nT_d) e^{-jn\frac{\pi}{6}} = \frac{j}{6} (0,983e^{-j\frac{\pi}{6}} + 1,116e^{-j\frac{\pi}{3}} + 0,646e^{-j\frac{\pi}{2}} + \\
 &\quad + 0,433e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 0,629e^{-j\frac{5\pi}{6}} + 0,5e^{-j\pi} - 0,371e^{-j\frac{7\pi}{6}} - 1,299e^{-j\frac{4\pi}{3}} - \\
 &\quad - 1,354e^{-j\frac{3\pi}{2}} - 0,616e^{-j\frac{5\pi}{3}} - 0,017e^{-j\frac{11\pi}{6}}) \approx 1,01e^{j7^{\circ}36'} (=1); * \\
 I_{1*}(12T_d) &= \frac{j}{6} (0,983 + 1,116e^{-j\frac{\pi}{6}} + 0,646e^{-j\frac{\pi}{3}} + 0,433e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0,629e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \\
 &\quad + 0,5e^{-j\frac{5\pi}{6}} - 0,371e^{-j\pi} - 1,299e^{-j\frac{7\pi}{6}} - 1,354e^{-j\frac{4\pi}{3}} - 0,616e^{-j\frac{3\pi}{2}} - \\
 &\quad - 0,017e^{-j\frac{5\pi}{3}}) \approx 1,01e^{j37^{\circ}36'} (=e^{j30^{\circ}}); \\
 &\quad \dots \\
 I_{1*}(35T_d) &= \frac{j}{6} (0,983e^{-j\frac{\pi}{6}} + 1,116e^{-j\frac{\pi}{3}} + 0,646e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0,433e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \\
 &\quad + 0,629e^{-j\frac{5\pi}{6}} + 0,5e^{-j\pi} - 0,371e^{-j\frac{7\pi}{6}} - 1,299e^{-j\frac{4\pi}{3}} - 1,354e^{-j\frac{3\pi}{2}} - \\
 &\quad - 0,616e^{-j\frac{5\pi}{3}} - 0,017e^{-j\frac{11\pi}{6}}) \approx 1,01e^{j7^{\circ}36'} (=1).
 \end{aligned}$$

* В скобках даются результаты вычислений без высшей гармоники.

Результаты расчёта доказывают симметричность параметров вектора $I_{1*}(nT_d)$ в пределах двух периодов, а также довольно значительное влияние высшей гармоники на точность вычисления его модуля $I_{1*}(nT_d)$. Влияние высшей гармоники на точность вычисления фазы $\beta_1(nT_d)$ не столь значительное (рис. 3.31). Следует заметить, что в целом погрешность вычисления вектора $I_{1*}(nT_d)$ всё же существенно меньше, чем у рассмотренных алгоритмов, несмотря на равенство амплитуд мешающих высших гармоник.

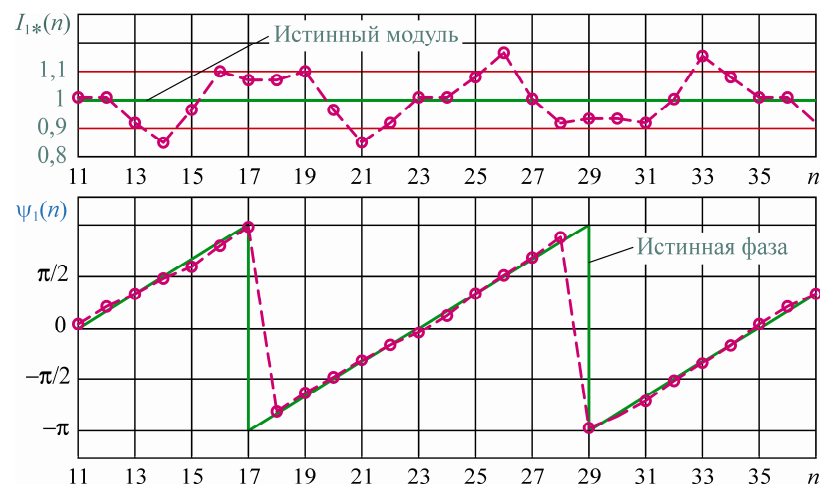


Рис. 3.31. Модуль и фаза тока $i_1(t)$, вычисленные по алгоритму Фурье

2. Влияние фазы высшей гармоники оценим путём дискретизации величины ψ_3 при неизменном значении ψ_1 с последующим вычислением модуля $I_{1*}(nT_d)$ и фазы $\beta_1(nT_d)$. Результаты расчётов для $I_{1*}(11T_d)$ и $I_{1*}(23T_d)$ приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

$\psi_{2,5}$	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°
$I_{1*}(11T_d)$	0,98	0,95	0,94	0,94	0,97	1,01	1,05	1,07	1,07	1,06	1,04
$\beta_1(11T_d)$	$9^\circ 12'$	$8^\circ 24'$	$5^\circ 6'$	$24'$	$-4^\circ 18'$	$-7^\circ 30'$	$-8^\circ 48'$	$-7^\circ 24'$	$-4^\circ 30'$	$-18'$	-4°
$I_{1*}(23T_d)$	1,05	1,07	1,07	1,06	1,04	0,98	0,95	0,94	0,94	0,97	1,01
$\beta_1(23T_d)$	$-8^\circ 48'$	$-7^\circ 24'$	$-4^\circ 30'$	$-18'$	-4°	$9^\circ 12'$	$8^\circ 24'$	$5^\circ 6'$	$24'$	$-4^\circ 18'$	$-7^\circ 30'$

Отображение этих результатов в комплексной плоскости в виде векторных величин (рис. 3.32) иллюстрирует перемещение конца измеряемого вектора 1-й гармоники по эллипсу при изменении фазы высшей гармоники ($\psi_{2,5} = 0, 30^\circ, 60^\circ, \dots$), причём начало движения для 1- и 2-го периодов основной гармоники диаметрально противоположно (для 2-го периода значения фазы высшей гармоники даны в скобках). Эллипс имеет наклон большого и малого диаметров относительно осей координат.

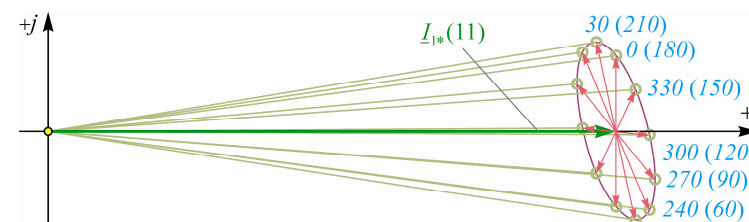


Рис. 3.32. Погрешность вычисления вектора $I_{1*}(0)$ по алгоритму Фурье в условиях влияния гармоники с кратностью $q = 2,5$

3. Влияние высшей гармоники на результаты вычислений вектора $I_{1*}(nT_d)$ на 12- (или 24-), 13- (или 25-), 14- (или 26-) и 15- (или 27-м) отсчётах (рис. 3.33) аналогично тому, как это имеет место на 11- (или 23-м) отсчётах (см. рис. 3.33). Отличие заключается в начале траектории движения вектора (на рис. 3.33 начало траектории отмечено крупной затенённой точкой для 1-го периода и незатенённой – для 2-го, движение вектора всегда против часовой стрелки). Изображённое семейство эллипсов задаёт общую зону погрешности вычислений вектора $I_{1*}(nT_d)$ по алгоритму Фурье в пределах 1-й четверти одного периода слагающей тока основной частоты. Для трёх остальных частей периода картина такая же (угловое положение эллипсов в комплексной плоскости остаётся неизменным).

Положительная наибольшая погрешность, обусловленная сочетанием фазовых соотношений между $\psi_1 = 0$ и $\psi_{2,5} = var$, наблюдается при $\psi_{2,5} = 0$ на 26- и 33-м и $\psi_{2,5} = 180^\circ$ на 14- и 21-м отсчётах на 2- и 1-м периодах соответственно, а также при $\psi_{2,5} = 90^\circ$

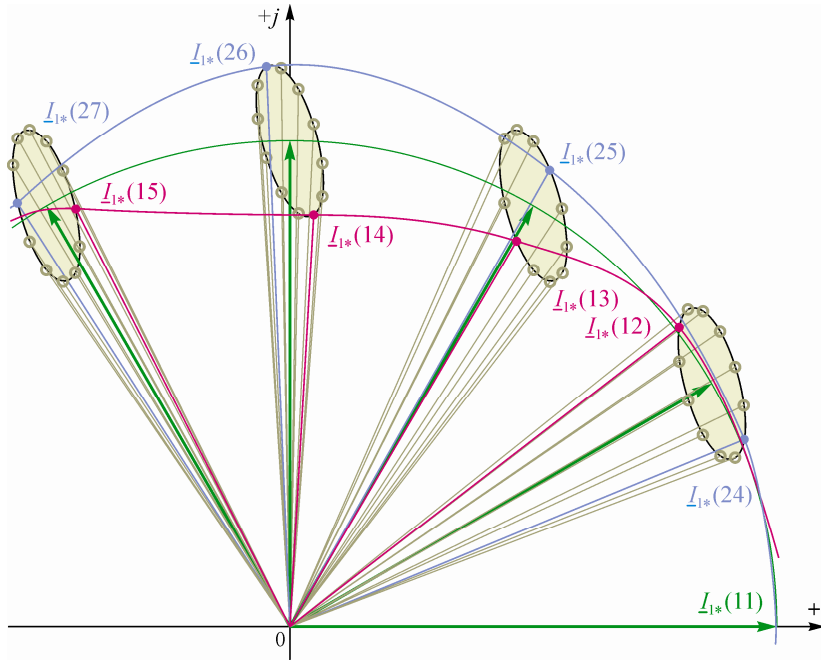


Рис. 3.33. Область неопределённости замера по алгоритму Фурье на протяжении четверти периода основной гармоники

на 15- и 32-м и $\psi_{2,5}=270^\circ$ на 20- и 27-м отсчётах (погрешность составляет примерно 15,4% – $I_{1*}(nT_d) \approx 1,154$). Наибольшая отрицательная погрешность наблюдается при $\psi_{2,5}=0$ на 14- и 21-м и $\psi_{2,5}=180^\circ$ на 26- и 33-м отсчётах на 1- и 2-м периодах соответственно, а также при $\psi_{2,5}=90^\circ$ на 20- и 27-м и $\psi_{2,5}=270^\circ$ на 15- и 32-м отсчётах (она составляет примерно –15,1% – $I_{1*}(nT_d) \approx 0,849$).

Другие фазовые соотношения между ψ_1 и $\psi_{2,5}$ приводят к меньшим значениям погрешности.

Пример 3.13. Цифровые преобразования в ЦИО реле осуществляются по алгоритму Фурье. Частота дискретизации сигнала $f_d=600$ Гц ($N=12$). Исследовать динамику реакции блока измерений на воздействие в виде единичного скачка дискретизированного синусоидального сигнала (напряжения) частоты 50 Гц.

1. Пусть коммутация происходит в момент, когда фаза напряжения $u(nT_d)=\sin(\omega nT_d + \psi)$ равна нулю. В случае совпадения начала периода дискретизации с моментом перехода через нуль напряжения $u(nT_d)$ на вход блока измерений последовательно поступают 12 цифровых отсчётов: $u(0)=0$; $u(T_d)=0,5$; $u(2T_d)=0,866$; $u(3T_d)=1$; $u(4T_d)=0,866$; $u(5T_d)=0,5$; $u(6T_d)=0$; $u(7T_d)=-0,5$; $u(8T_d)=-0,866$; $u(9T_d)=-1$; $u(10T_d)=-0,866$; $u(11T_d)=-0,5$.

При нулевых начальных условиях по формуле (3.61) вычисления суммы 12-отсчётного алгоритма Фурье получаем

$$\underline{U}(0) = \frac{j}{6} \sum_{n=0}^{11} u(nT_d) e^{-jn\frac{\pi}{6}} = 0;$$

$$\underline{U}(T_d) = \frac{j}{6} 0,5 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \approx 0,083 e^{j120^\circ};$$

$$\underline{U}(2T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{10\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,22 e^{j130^\circ 54'};$$

$$\underline{U}(3T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{9\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{10\pi}{6}} + e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,46 e^{j158^\circ 54'};$$

$$\underline{U}(4T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{8\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{9\pi}{6}} + e^{-j\frac{10\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,36 e^{j143^\circ 24'};$$

$$\underline{U}(5T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{7\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{8\pi}{6}} + e^{-j\frac{9\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{10\pi}{6}} + 0,5 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx -0,5;$$

$$\underline{U}(6T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\pi} + 0,866 e^{-j\frac{7\pi}{6}} + e^{-j\frac{8\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{9\pi}{6}} + 0,5 e^{-j\frac{10\pi}{6}} \right) \approx 0,5 e^{-j150^\circ};$$

$$\underline{U}(7T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{5\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\pi} + e^{-j\frac{7\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{8\pi}{6}} + 0,5 e^{-j\frac{9\pi}{6}} - 0,5 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,55 e^{-j112^\circ 24'};$$

$$\underline{U}(8T_d) = \frac{j}{6} \left(0,5 e^{-j\frac{2\pi}{6}} + 0,866 e^{-j\frac{5\pi}{6}} + e^{-j\pi} + 0,866 e^{-j\frac{7\pi}{6}} + 0,5 e^{-j\frac{8\pi}{6}} - 0,5 e^{-j\frac{5\pi}{3}} - 0,866 e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,68 e^{-j77^\circ 48'};$$

$$\begin{aligned}
\underline{U}(9T_d) &= \frac{j}{6} \left(0,5e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0,866e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{5\pi}{6}} + 0,866e^{-j\pi} + 0,5e^{-j\frac{7\pi}{6}} - \right. \\
&\quad \left. - 0,5e^{-j\frac{3\pi}{2}} - 0,866e^{-j\frac{5\pi}{3}} - e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,85e^{-j50^{\circ}12'}; \\
\underline{U}(10T_d) &= \frac{j}{6} \left(0,5e^{-j\frac{\pi}{3}} + 0,866e^{-j\frac{\pi}{2}} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 0,866e^{-j\frac{5\pi}{6}} + 0,5e^{-j\pi} - \right. \\
&\quad \left. - 0,5e^{-j\frac{4\pi}{3}} - 0,866e^{-j\frac{3\pi}{2}} - e^{-j\frac{5\pi}{3}} - 0,866e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) \approx 0,96e^{-j25^{\circ}42'}; \\
\underline{U}(11T_d) &= \frac{j}{6} \left(0,5e^{-j\frac{\pi}{6}} + 0,866e^{-j\frac{\pi}{3}} + e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0,866e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 0,5e^{-j\frac{5\pi}{6}} - \right. \\
&\quad \left. - 0,5e^{-j\frac{7\pi}{6}} - 0,866e^{-j\frac{4\pi}{3}} - e^{-j\frac{3\pi}{2}} - 0,866e^{-j\frac{5\pi}{3}} - 0,5e^{-j\frac{11\pi}{6}} \right) = 1.
\end{aligned}$$

Результаты расчётов подтверждают, что правильный результат вычислений посредством алгоритма Фурье возможен только через период основной частоты (рис. 3.34). Конечно же и наибольшая погрешность определения параметров вектора $\underline{U}(nT_d)$ наблюдается на первых отсчётах.

2. Фаза коммутации напряжения $u(nT_d)$ может быть произвольной, и переходный процесс в преобразователе Фурье будет протекать по-разному. Повторяя расчёты для разных ψ , получаем в пределах одного полупериода результаты, которые показывают, что во всех случаях, кроме $\psi=30^{\circ}$, преобразователь Фурье выходит на правильный результат вычисления (модуля $U(nT_d)$ и фазового положения $\beta(nT_d)$ вектора напряжения) через время, равное $12T_d$, а в упомянутом случае на один период дискретизации раньше (рис. 3.35).

3. Ещё одной особенностью работы алгоритма Фурье в переходном режиме является модуль $U(5T_d)=0,5$, не зависящий от фазы коммутации (здесь погрешность вычисления всегда составляет -50%).^{*} Фазовое положение $\beta(5T_d)$ вектора $\underline{U}(5T_d)$ при этом точно соответствует фазе коммутации. На последующих цифровых отсчётах вычисление модуля вектора $\underline{U}(nT_d)$ осуществляется с всё возрастающей точностью, но численные значения модуля $U(nT_d)$ для разных фаз коммутации разнятся. Указанное

^{*} При условии отсутствия во входном сигнале преобразователя Фурье аperiodических слагающих.

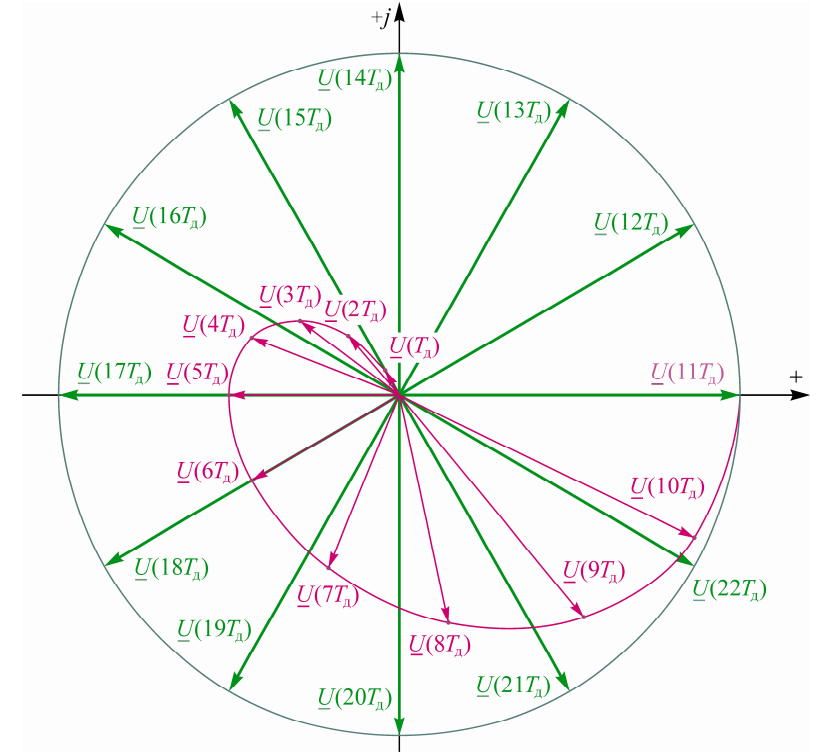


Рис. 3.34. Траектория движения вектора $\underline{U}(nT_d)$ в переходном режиме

означает, что удвоением полученного значения $U(5T_d)$ можно определить истинное значение модуля входного сигнала, т.е. в 2 раза быстрее, чем обычно (операция удвоения вычисленного значения модуля $U(5T_d)$ легко осуществляется сдвигом двоичного числа на один разряд влево).

В любом случае спустя один цикл формирования отсчётов реакции преобразователь Фурье выходит на установившийся режим вычислений. В этом режиме траектория движения конца вектора $\underline{U}(nT_d)$ приобретает вид равнобедренного 12-угольника (траекторию движения можно интерпретировать и как правильную окружность).

3. Анализ показывает, что наличие во входном сигнале преобразователя Фурье какой-либо высшей гармоники, кратной ос-

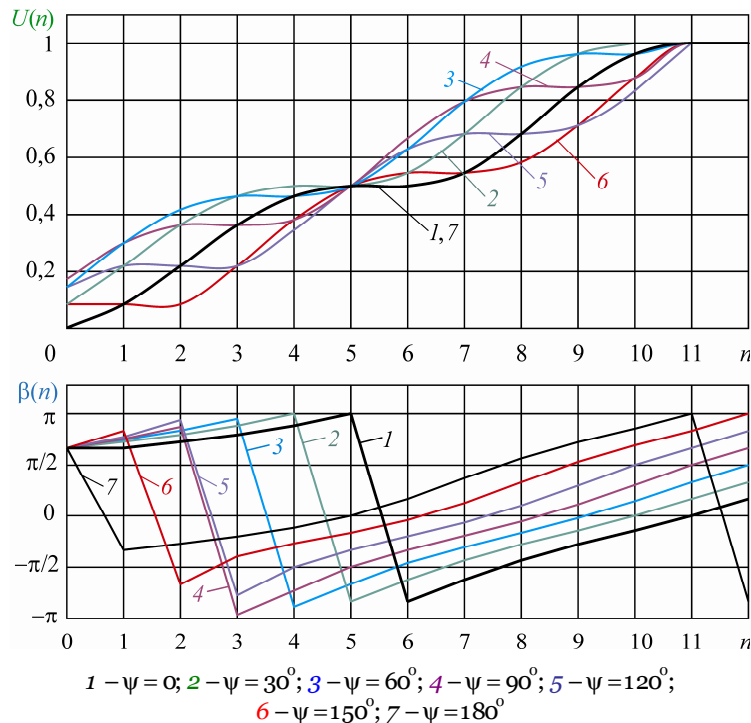


Рис. 3.35. Динамика реакции преобразователя Фурье

новой, в переходном режиме увеличивает погрешность вычисления вектора $\underline{U}(nT_d)$, но после выхода на установившийся режим погрешность "исчезает" благодаря хорошим фильтрующим свойствам алгоритма (3.61). Исключение составляют 11-я и 13-я гармоники, на которые 12-отсчётный алгоритм Фурье не оказывает никакого влияния. Для исключения погрешности, обусловленной этими гармониками можно использовать предварительную аналоговую фильтрацию либо специальный КИХ-фильтр.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А.М. Релейная защита электроэнергетических систем. Релейная защита сетей: учеб. пособие для вузов / А.М. Федосеев. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 520 с.
2. Шмурьев В.Я. Цифровые реле: учеб. пособие / В.Я. Шмурьев. – СПб.: Изд-во ПЭИПК, 1998. – 81 с.
3. RELPOL S.A.: Electromagnetic relays / Catalogue 2001/2002. – 137 с.
4. Протон-Импульс: оптоэлектронные компоненты коммутации и контроля. – М.: ИД "Додэка-XXI", 2001. – 64 с.
5. Пуляев В.И. Цифровая регистрация аварийных событий в энергосистемах / В.И. Пуляев, Ю.В. Усачёв. – М.: НТФ "Прогресс", 1999. – 72 с.
6. Ерофеев Ю.Н. Импульсные устройства: учеб. пособие для вузов по спец. "Радиотехника" / Ю.Н. Ерофеев. – М.: Высш. шк., 1989. – 527 с.
7. Браммер Ю.А. Импульсные и цифровые устройства: учеб. пособие для студентов электроприборостроительных сред. учеб. завед. / Ю.А. Браммер, И.Н. Пашук. 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2003. – 351 с.
8. DESIGN-IN REFERENCE MANUAL: DATA CONVERTERS, AMPLIFIERS, SPECIAL LINER PRODUCTS, SUPPORT COMPONENTS. Analog Devices, Inc. – 1994. – С. 2-375-2-382.
9. Шнеерсон Э.М. Дистанционные защиты / Э.М. Шнеерсон. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 448 с.
10. Гришанов В.Г. Основы микропроцессорной техники: учеб. пособие / В.Г. Гришанов, А.А. Никитин. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2003. – 108 с.
11. Лебедев Е.К. Микропроцессорные устройства и системы: учеб. пособие / Е.К. Лебедев. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2000. – 240 с.
12. Лачин В.И. Электроника: учеб. пособие / В.И. Лачин, Н.С. Савёлов. 3-е изд., перераб. и доп. – Ростов н/Д.: Феникс, 2002. – 576 с.
13. Найвельт Г.С. Источники вторичного электропитания: справочник / Г.С. Найвельт, К.Б. Мазель, Ч.И. Хусаинов и др.; Под ред. Г.С. Найвельта. – М.: Радио и связь, 1986. – 576 с.
14. Интегральные микросхемы: перспективные изделия. Вып. 3. – М.: ИД "Додэка", 1997. – 96 с.
15. Никитин А.А. Аналоговые интегральные элементы электронных и микропроцессорных электрических аппаратов: учеб. пособие / А.А. Никитин. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. – 258 с.
16. Солонина А.И. Основы цифровой обработки сигналов: курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьёва, И.И. Гук. – СПб.: БВХ-Петербург, 2003. – 608 с.
17. Джонсон Д. Справочник по активным фильтрам: пер. с англ. / Д. Джонсон, Дж. Джонсон, Г. Мур. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 128 с.
18. Пейтон А.Дж. Аналоговая электроника на операционных усилителях / А.Дж. Пейтон, В. Волш. – М.: БИНОМ, 1994. – 352 с.
19. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.И. Атабеков. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
20. Никитин А.А. Микропроцессорные реле: учеб. пособие / А.А. Никитин. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2006. – 448 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
1. ЭЛЕМЕНТЫ АППАРАТНОЙ ЧАСТИ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ	8
1.1. Структура цифрового устройства релейной защиты	8
1.2. Входные преобразователи аналоговых сигналов	12
1.3. Входные преобразователи дискретных сигналов	17
1.4. Выходные релейные преобразователи	19
1.5. Канал аналого-цифрового преобразования	20
1.5.1. Мультиплексор	20
1.5.2. Принцип цифрового преобразования сигнала	21
1.5.3. Цифроаналоговые преобразователи	23
1.5.4. Аналого-цифровые преобразователи	26
1.5.5. Параметры ЦАП и АЦП	27
1.5.6. Аналого-цифровая система сбора данных	32
1.6. МИКРОПРОЦЕССОР	42
1.6.1. Структура МП-системы	42
1.6.2. Структурная схема МП	45
1.6.3. Полупроводниковые запоминающие устройства	52
1.6.4. Хранение изменяемой при эксплуатации информации	61
1.7. ИНТЕРФЕЙСЫ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ	63
1.7.1. Интерфейсы периферийного оборудования	63
1.7.2. Интерфейс с токовой петлёй	67
1.7.3. Интерфейс распределённых МП-систем	68
1.7.4. Проводные каналы связи	70
1.7.5. Оптоволоконные каналы передачи информации	71
1.8. СРЕДСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ	74
1.9. БЛОК ПИТАНИЯ	76
1.9.1. Однотактные преобразователи	76
1.9.2. Преобразователи TOPSwitch	80
1.9.3. Блоки питания на микросхеме PWR-TOP200	86
2. ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ОРГАНАХ	88
2.1. СТРУКТУРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ	88
2.1.1. Структуры цифровых фильтров	88
2.1.2. Импульсные характеристики цифровых фильтров	95
2.1.3. Частотные характеристики цифровых фильтров	97
2.2. ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ	99
2.2.1. Нерекурсивные фильтры с равномодульными коэффициентами импульсной характеристики	99
2.2.2. Рекурсивные фильтры с равномодульными коэффициентами импульсной характеристики	108

2.3. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ	121
2.3.1. Требования к синтезу цифровых фильтров	121
2.3.2. Аналоговые прототипы рекурсивных фильтров	122
2.3.3. Синтез БИХ-фильтров	134
3. ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОРГАНЫ	150
3.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЦИО	150
3.2. АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ	155
3.2.1. Общие положения	155
3.2.2. Вычисление векторов по мгновенным значениям синусоидальных величин	156
3.2.3. Алгоритм двух выборок	162
3.2.4. Использование выборок мгновенных значений для получения требуемых характеристик ЦИО	165
3.2.5. Характеристики ЦИО на основе ортогональных составляющих электрических величин	171
3.2.6. ЦИО, реагирующие на симметричные составляющие	176
3.2.7. Алгоритм ЦИО на основе преобразования Фурье	182
3.2.8. Импульсная и частотные характеристики ЦИО	184
3.3. ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА АЛГОРИТМОВ ЦИО	188
3.3.1. Частотные характеристики алгоритма двух выборок	188
3.3.2. Частотные характеристики алгоритма Фурье	200
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	213

Учебное издание

НИКИТИН Анатолий Афанасьевич

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ РЕЛЕ

Учебное пособие

Издается в авторской редакции

Компьютерная верстка: А.А. Никитин

Издательство НОУ "НОЦ "ЭКРА"

428020, Чебоксары, пр. И. Яковлева, д. 3